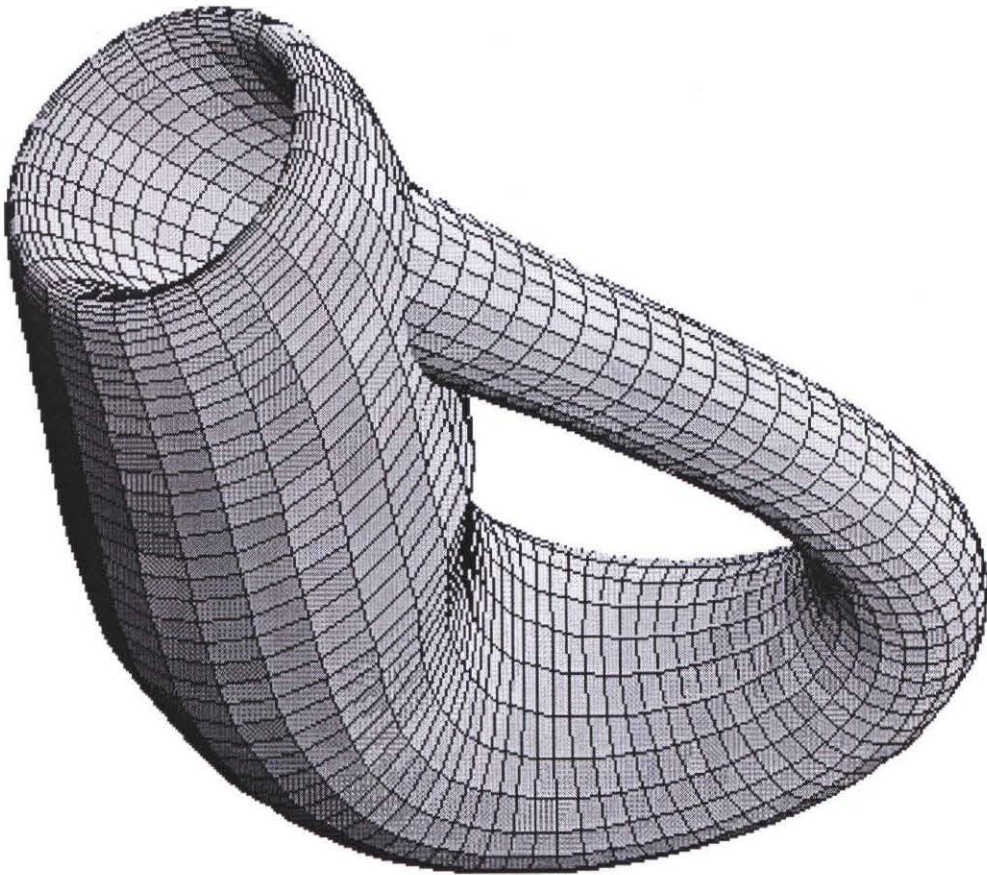


UNIVERSITAS GADJAH MADA
FAKULTAS TEKNIK
JURUSAN TEKNIK SIPIL

Aliran Air tanah



DIKTAT KULIAH

oleh
Ir. Djoko Luknanto, M.Sc., Ph.D.

Mei 2000

PERSAMAAN DASAR ALIRAN AIR TANAH

➤ Aliran tak tunak 3-D:

$$K_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = S \frac{\partial h}{\partial t}$$

dengan h adalah tinggi tekanan air, K adalah konduktivitas hidraulis, S adalah koefisien tampungan.

➤ Aliran tunak 3-D:

$$K_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

➤ Aliran tunak 3-D, akuifer homogen dan isotropik:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad \implies \text{Persamaan Laplace}$$

➤ Aliran tak tunak 3-D, akuifer homogen dan isotropik dengan koordinat radial

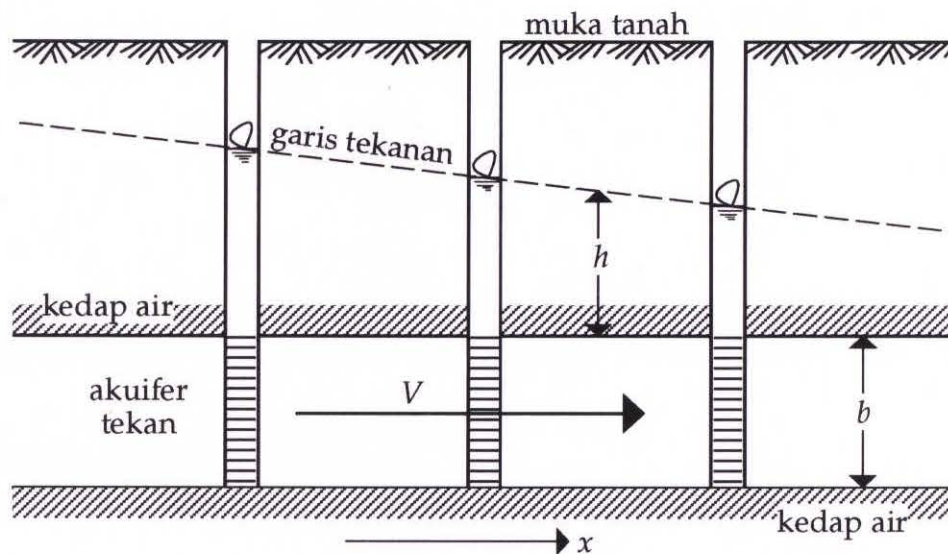
$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t}$$

dengan r adalah jarak dari sumbu koordinat, T adalah transmisivitas hidraulis akuifer.

HIDRAULIKA ALIRAN AIR TANAH

➤ Aliran tunak satu arah

□ Akuifer tekan dengan tebal seragam



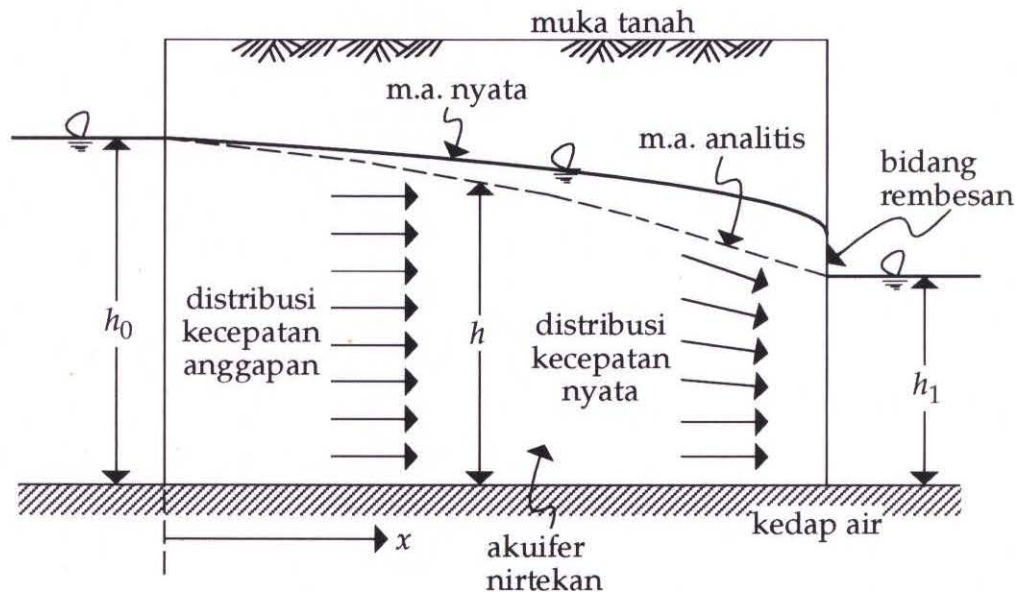
$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = 0 &\Rightarrow h = C_1 x + C_2 \\ \text{Jika } h = 0 \text{ pada } x = 0 \text{ dan } \frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{V}{K} \end{aligned} \right\} \Rightarrow h = -\frac{V}{K} x$$

Persamaan menjadi linier

HIDRAULIKA ALIRAN AIR TANAH

➤ Aliran tunak satu arah

□ Akuifer nirtekan



Andaian Dupuit Untuk Akuifer Nirtekan

1. Jika kemiringan garis rembesan kecil, maka garis aliran mendekati horisontal, sehingga garis equipotensial adalah vertikal.
2. Kemiringan garis rembesan sama dengan kemiringan tinggi tekanan.

□ AQUIFER NIRTEKAN

Debit aliran tiap satuan panjang tegak lurus gambar:

$$q = h \cdot V = -Kh \frac{dh}{dx}$$

□ TANPA ISIAN

$$qx = -\frac{K}{2} h^2 + C$$

dengan kondisi batas $h = h_0$ jika $x = 0$

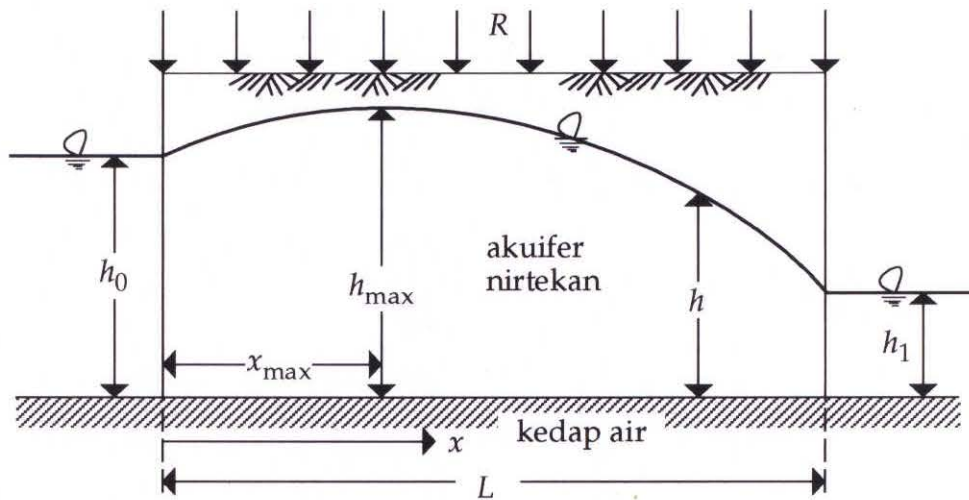
Persamaan menjadi Persamaan DUPUIT:

$$q = \frac{K}{2L} (h_0^2 - h^2) \Leftrightarrow q = \frac{K}{2L} (h_0^2 - h_1^2)$$

dengan L adalah lebar tanah antara dua sungai

satu arah, tunak, akuifer nirtekan, isian

□ DENGAN ISIAN (RECHARGE)



➤ $dq = Rdx \Rightarrow q = Rx + C$ kondisi batas $q = q_0$ jika $x = 0$ menjadi $q = Rx + q_0$ sehingga

➤ $Rx + q_0 = -Kh \frac{dh}{dx} \Rightarrow Rx^2 + 2q_0x + Kh^2 = Kh_0^2$

➤ Parabola muka air tanah:

$$h^2 = h_0^2 - \frac{R}{K}x^2 - \frac{2q_0}{K}x \Leftrightarrow q_0 = \frac{K}{2L} (h_0^2 - h_1^2) - \frac{RL}{2}$$

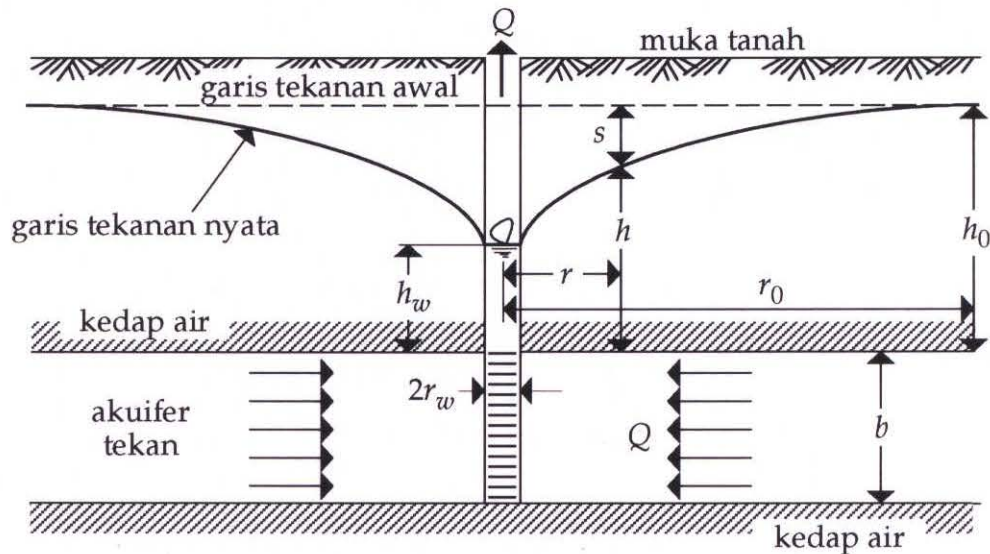
➤ Elevasi maximum h_{max} terjadi jika $\frac{dh}{dx} = 0$

$$-\frac{2R}{K}x - \frac{2q_0}{K} = 0 \Rightarrow x = -\frac{q_0}{R} = \frac{L}{2} - \frac{K}{2RL} (h_0^2 - h_1^2)$$

HIDRAULIKA SUMUR

➤ Aliran tunak

□ Akuifer tekan dengan tebal seragam



Persamaan debit yang menuju sumur pada kondisi setimbang (tunak)

$$Q = A \cdot V = (2\pi r b) \left(K \frac{dh}{dr} \right) \Rightarrow \frac{Q}{2\pi K b} \ln \frac{r}{r_0} = h - h_0$$

Persamaan garis tekanan:

$$h = h_0 + \frac{Q}{2\pi K b} \ln \frac{r}{r_0}$$

Persamaan debit tunak sumur THIEM:

$$Q = 2\pi K b \frac{h_0 - h_w}{\ln r_0 - \ln r_w}$$

➤ Aliran tunak

□ Cara menghitung T secara analitis

Jika pada dua buah sumur pengamatan diketahui kedalaman muka airnya yaitu h_1 dan h_2 , maka transmisivitas T dapat dihitung sebagai berikut:



$$T = Kb = \frac{Q}{2\pi} \frac{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)}{h_1 - h_2}$$

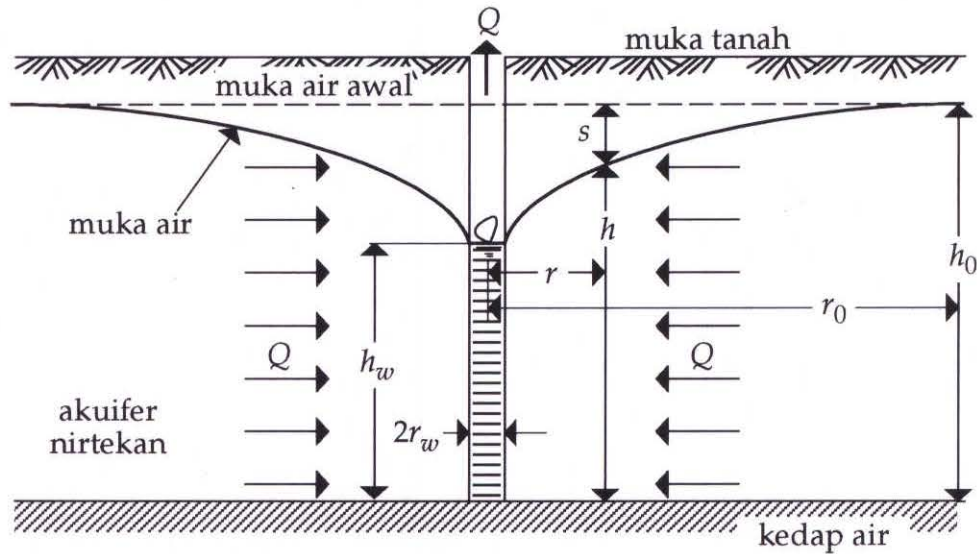
atau



$$T = \frac{Q}{2\pi} \frac{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)}{s_2 - s_1}$$

➤ Aliran tunak

□ Akuifer nirtekan



Persamaan debit yang menuju sumur pada kondisi setimbang (tunak)

$$Q = A \cdot V = (2\pi rh) \left(K \frac{dh}{dr} \right) \Rightarrow \frac{Q}{\pi K} \ln \frac{r}{r_0} = h^2 - h_0^2$$

Persamaan garis tekanan:

$$h^2 = h_0^2 + \frac{Q}{\pi K} \ln \frac{r}{r_0}$$

Persamaan debit tunak sumur nirtekan:

$$Q = \pi K \frac{h_0^2 - h_w^2}{\ln r_0 - \ln r_w}$$

➤ Aliran tunak

□ Cara menghitung T secara analitis

Jika pada dua buah sumur pengamatan diketahui kedalaman muka airnya yaitu h_1 dan h_2 , maka transmisivitas T dapat dihitung sebagai berikut:

$$Q = \pi K \frac{(h_2 + h_1)(h_2 - h_1)}{\ln r_2 - \ln r_1} = 2\pi K \underbrace{\left(\frac{h_2 + h_1}{2}\right)}_T \frac{(h_2 - h_1)}{\ln r_2 - \ln r_1}$$



$$K = \frac{Q \ln r_2 - \ln r_1}{\pi (h_2^2 - h_1^2)} = \frac{Q}{\pi} \frac{\ln r_2 - \ln r_1}{(s_2 - s_1)(s_2 + s_1 - 2h_0)}$$

dan



$$T = K \left(\frac{h_2 + h_1}{2}\right) = \frac{Q}{2\pi} \frac{\ln r_2 - \ln r_1}{h_2 - h_1} = \frac{Q}{2\pi} \frac{\ln r_2 - \ln r_1}{s_1 - s_2}$$

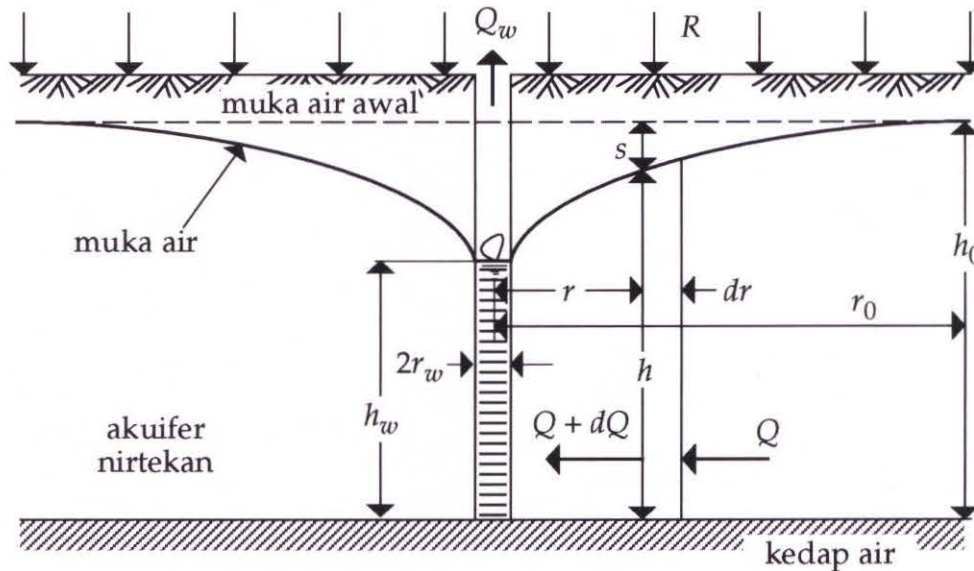
atau



$$T = Kh_0 = \frac{Qh_0}{\pi} \frac{\ln r_2 - \ln r_1}{h_2^2 - h_1^2} = \frac{Q}{\pi} \frac{h_0(\ln r_2 - \ln r_1)}{(s_2 - s_1)(s_2 + s_1 - 2h_0)}$$

➤ Aliran tunak

□ Akuifer nirtekan



$$dQ = -A \cdot R = -2\pi r dr \cdot R \Rightarrow Q = -\pi r^2 R + Q_w$$

Pada $r = r_0$ diperoleh debit tunak sumur nirtekan:

$$0 = -\pi r_0^2 R + Q_w \Rightarrow \boxed{Q_w = \pi r_0^2 R}$$

Persamaan debit yang menuju sumur pada kondisi setimbang (tunak)

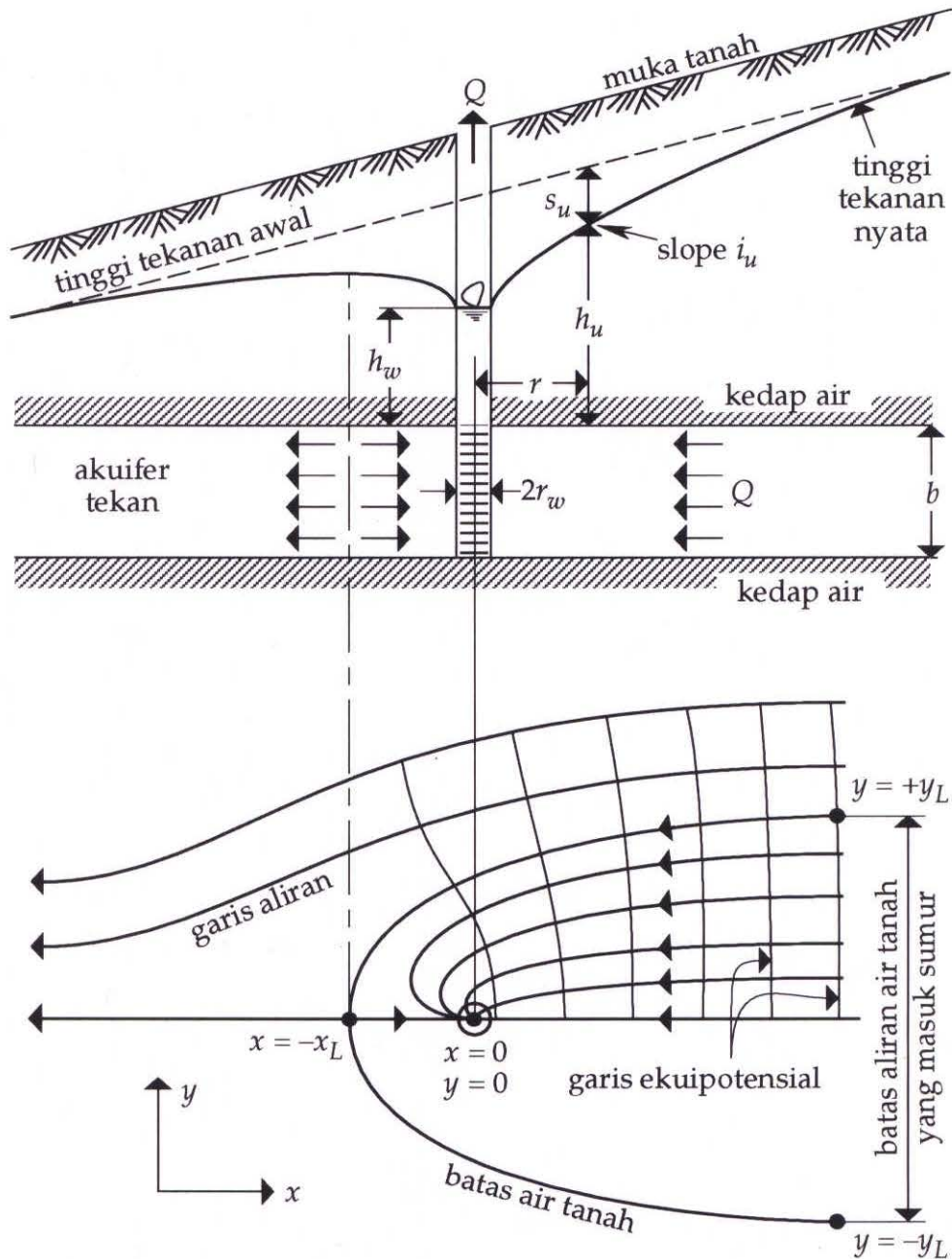
$$Q = A \cdot V = (2\pi r h) \left(K \frac{dh}{dr} \right) \Rightarrow -\pi r^2 R + Q_w = 2\pi K \frac{r}{dr} h dh$$

Persamaan garis tekanan:

$$\boxed{h^2 = h_0^2 + \frac{Q_w}{\pi K} \ln \left(\frac{r}{r_0} \right) + \frac{R}{2K} \cdot (r_0^2 - r^2)}$$

Aliran tunak

Aquifer tekan dengan tinggi tekanan awal miring



► Aliran tunak

- Aquifer nirtekan dengan tinggi tekanan awal miring

$$K = \frac{2Q}{\pi r (h_d + h_u) (i_d + i_u)}$$

dengan Q adalah debit pemompaan, h_d dan h_u adalah tebal lapis jenuh air, dan i_d dan i_u adalah kemiringan muka air pada jarak r dari pompa ke arah hilir dan hulu.

- Aquifer tekan dengan tinggi tekanan awal miring

$$K = \frac{Q}{\pi r b (i_d + i_u)}$$

dengan Q adalah debit pemompaan, b adalah tebal akuifer tekan, dan i_d dan i_u adalah kemiringan garis tekanan pada jarak r dari pompa ke arah hilir dan hulu.

- Batas aliran air tanah yang masuk kedalam sumur

$$y_L = \pm \frac{Q}{2Kbi} \quad \text{dan} \quad x_L = - \frac{Q}{2\pi Kbi}$$

dengan i adalah kemiringan alami garis tekanan

➤ Aliran tak tunak

- Aliran tak tunak 3-D, akuifer homogen dan isotropik dengan koordinat radial

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t}$$

dengan r adalah jarak dari sumbu koordinat, T adalah transmisivitas hidraulis akuifer, S adalah koefisien tampungan.

- Penyelesaian persamaan di atas:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \underbrace{\int_u^\infty \frac{e^{-u}}{u} du}_{W(u)} \quad \text{dan} \quad u = \frac{r^2 S}{4Tt}$$

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u)$$

$$W(u) = \left[-0.5772 - \ln u + u - \frac{u^2}{2 \cdot 2!} + \frac{u^3}{3 \cdot 3!} + \dots + (-1)^{i+1} \frac{u^i}{i \cdot i!} + \dots \right]$$

dengan s adalah penurunan muka air.

➤ Aliran tak tunak

➤ **Metoda Theis:**
$$\left. \begin{aligned} s &= \left(\frac{Q}{4\pi T} \right) W(u) \\ \frac{r^2}{t} &= \left(\frac{4T}{S} \right) u \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{s}{r^2/t} = \left(\frac{SQ}{16\pi T^2} \right) \frac{W(u)}{u}$$

Jadi

$$\frac{s}{r^2/t} \text{ serupa } \frac{W(u)}{u}$$

Langkah-langkah:

- ① Dari data lapangan di buat kurva r^2/t dengan s pada skala log-log
- ② Dari hasil hitungan dibuat kurva u dengan $W(u)$ pada skala log-log
- ③ Kedua kurva tersebut diletakkan sedemikian rupa sehingga berimpit
- ④ Dicatat nilai $[s, W(u)]$ dan $[r^2/t, u]$ yang berkaitan misal:
 $[s, W(u)] = [A, B]$ dan $[r^2/t, u] = [C, D]$
- ⑤ Hitung nilai T dan S sebagai berikut:

$$T = \frac{Q \cdot B}{4\pi \cdot A} \quad \text{dan} \quad S = \frac{4 \cdot T \cdot D}{C}$$

► Aliran tak tunak

► **Metoda Cooper-Jacob:** Untuk nilai u kecil, maka

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \left[-0.5772 - \ln \frac{r^2 S}{4Tt} \right] \Rightarrow s = \frac{Q}{4\pi T} \left[\ln e^{-0.5772} - \ln \frac{r^2 S}{4Tt} \right]$$

Jadi
$$s = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{2.25Tt}{r^2 S} = \frac{2.30Q}{4\pi T} \log \frac{2.25Tt}{r^2 S}$$

Langkah-langkah:

- ① Dari data lapangan di buat kurva $\log t$ dengan s yang merupakan garis lurus
- ② Pada waktu $t = t_0$, penurunan $s = 0$, maka

$$0 = \frac{2.30Q}{4\pi T} \log \frac{2.25Tt}{r^2 S} \Rightarrow \frac{2.25Tt_0}{r^2 S} = 1$$

sehingga:

$$S = \frac{2.25Tt_0}{r^2}$$

► Aliran tak tunak

► **Metoda Cooper-Jacob:** Untuk nilai u kecil, maka

Langkah-langkah:

③ Selisih dua pengukuran penurunan:

$$s_1 - s_2 = \frac{2.30Q}{4\pi T} \left(\log \frac{2.25Tt_1}{r^2 S} - \log \frac{2.25Tt_2}{r^2 S} \right)$$

$$\Delta s = \frac{2.30Q}{4\pi T} \log \frac{t_1}{t_2} \text{ jika nilai } \log \frac{t_1}{t_2} = 1$$

maka

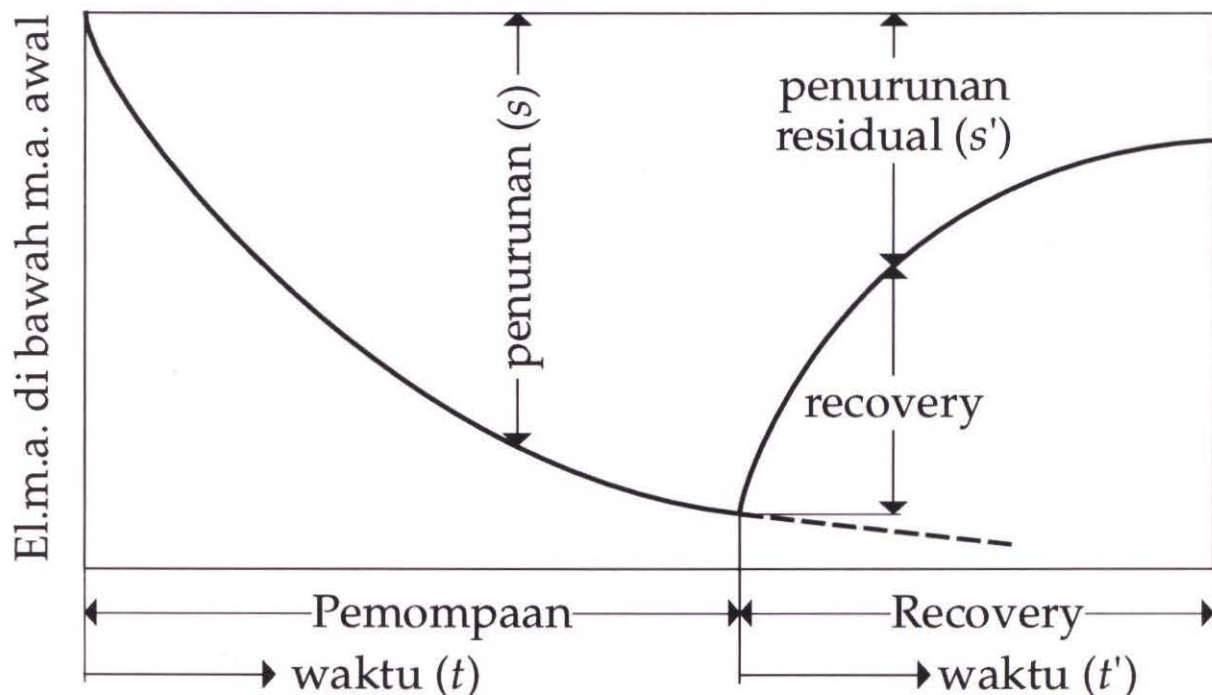
$$T = \frac{2.30Q}{4\pi \Delta s}$$

- ④ Kurva linier dari plot $(\log t, s)$ diperpanjang sampai memotong sumbu t , sehingga diperoleh t_0
- ⑤ Satu siklus log pada kurva akan menghasilkan Δs
- ⑥ Dari Butir ④ dan ⑤, kemudian dihitung nilai T dan S dengan rumus di atas.

➤ Aliran tak tunak

➤ Penaikan muka air sumur (recovery)

- ① Pada akhir dari tes pemompaan, pompa dihentikan sehingga elevasi muka air didalam sumur pengamatan akan naik kembali menuju ke elevasi semula.
- ② Besarnya penurunan (diukur dari muka air sebelum pemompaan) ini disebut dengan penurunan residual (s').
- ③ Data yang diperoleh dapat digunakan untuk menghitung nilai T , sehingga dapat digunakan sebagai pembanding nilai T yang diperoleh dari tes pemompaan awal.



➤ Aliran tak tunak

- Penurunan residual dapat dihitung dengan superposisi dua sumur dengan debit Q pada saat mulai pemompaan dan debit $-Q$ pada saat pemompaan dihentikan

$$\begin{aligned}
 s' &= \underbrace{\frac{Q}{4\pi T} W(u)}_{\text{pompa semula aktif terus}} + \underbrace{\frac{-Q}{4\pi T} W(u')}_{\text{pompa baru } -Q} \\
 &= \frac{Q}{4\pi T} [W(u) - W(u')] \\
 &= \frac{Q}{4\pi T} \left[-0.5772 - \ln \frac{r^2 S}{4Tt} - \left\{ -0.5772 - \ln \frac{r^2 S}{4Tt'} \right\} \right]
 \end{aligned}$$



$$s' = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{t}{t'} \Rightarrow \Delta s' = \frac{2.30Q}{4\pi T} \log \frac{(t/t')_1}{(t/t')_2}$$

Langkah-langkah:

- ① Dari data lapangan di buat kurva $\log (t/t')$ dengan s'
- ② Satu siklus log pada kurva akan menghasilkan $\Delta s'$
- ③ Hitung nilai T berikut:



$$T = \frac{2.30Q}{4\pi \Delta s'}$$

➤ Sistem Sumur

- Penurunan muka air akibat pemompaan dari N sumur merupakan jumlah penurunan masing-masing sumur.

$$s = \sum_{i=1}^N s_i$$

① Akuifer tekan

- ❖ Sumur tunggal

$$h = h_0 + \frac{Q}{2\pi Kb} \ln \frac{r}{r_0}$$

$$h_0 - h = -\frac{Q}{2\pi Kb} \ln \frac{r}{r_0}$$



$$s = \frac{Q}{2\pi Kb} \ln \frac{r_0}{r}$$

- ❖ Sumur majemuk



$$s = \frac{1}{2\pi Kb} \sum_{i=1}^N \left(Q \ln \frac{r_0}{r} \right)_i$$

➤ Sistem Sumur

- Penurunan muka air akibat pemompaan dari N sumur merupakan jumlah penurunan masing-masing sumur.

$$s = \sum_{i=1}^N s_i$$

② Akuifer nirtekan

❖ Sumur tunggal

$$h_0^2 = h^2 + \frac{Q}{\pi K} \ln \frac{r_0}{r} \Rightarrow h = \sqrt{h_0^2 - \frac{Q}{\pi K} \ln \frac{r_0}{r}}$$

$$h_0 - s = \sqrt{h_0^2 - \frac{Q}{\pi K} \ln \frac{r_0}{r}}$$



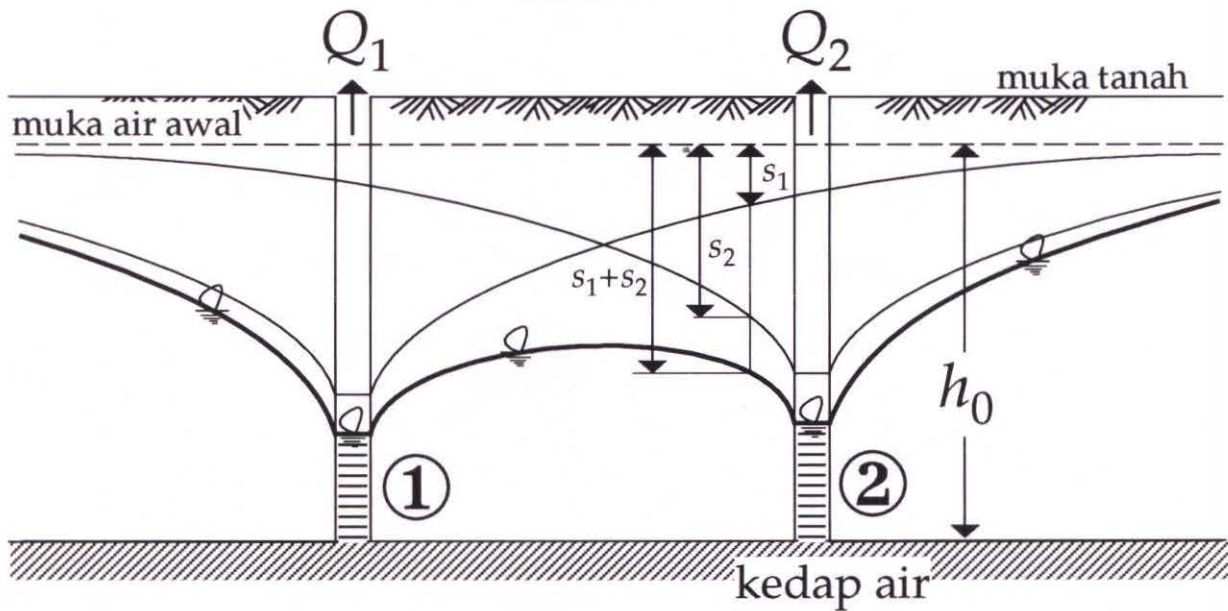
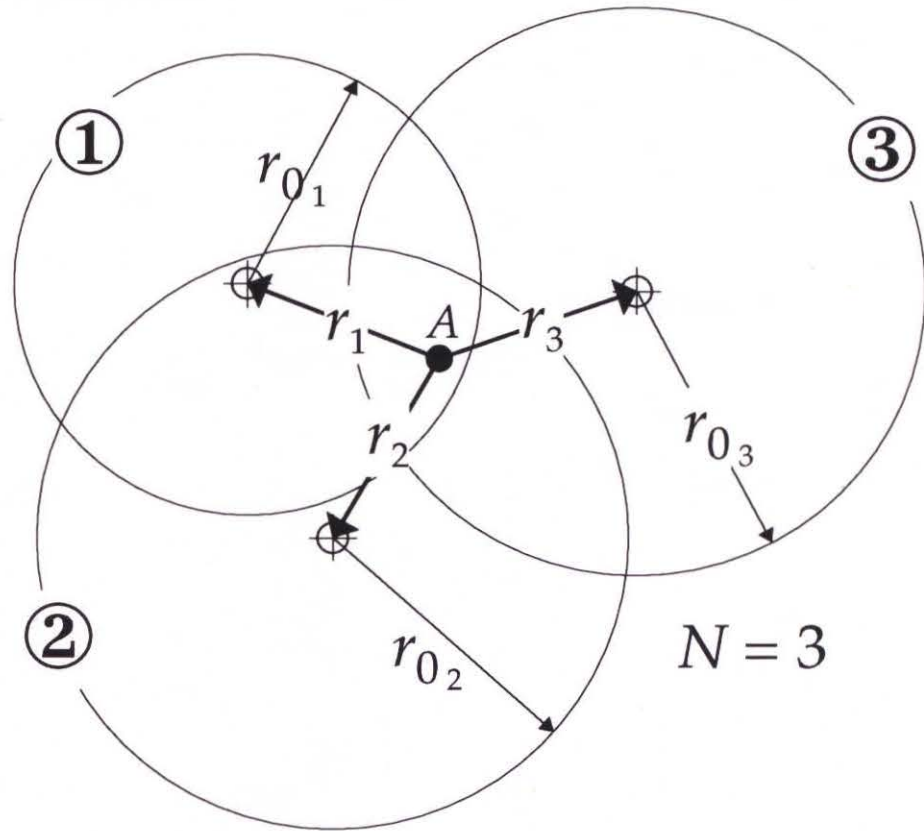
$$s = h_0 - \sqrt{h_0^2 - \frac{Q}{\pi K} \ln \frac{r_0}{r}}$$

❖ Sumur majemuk

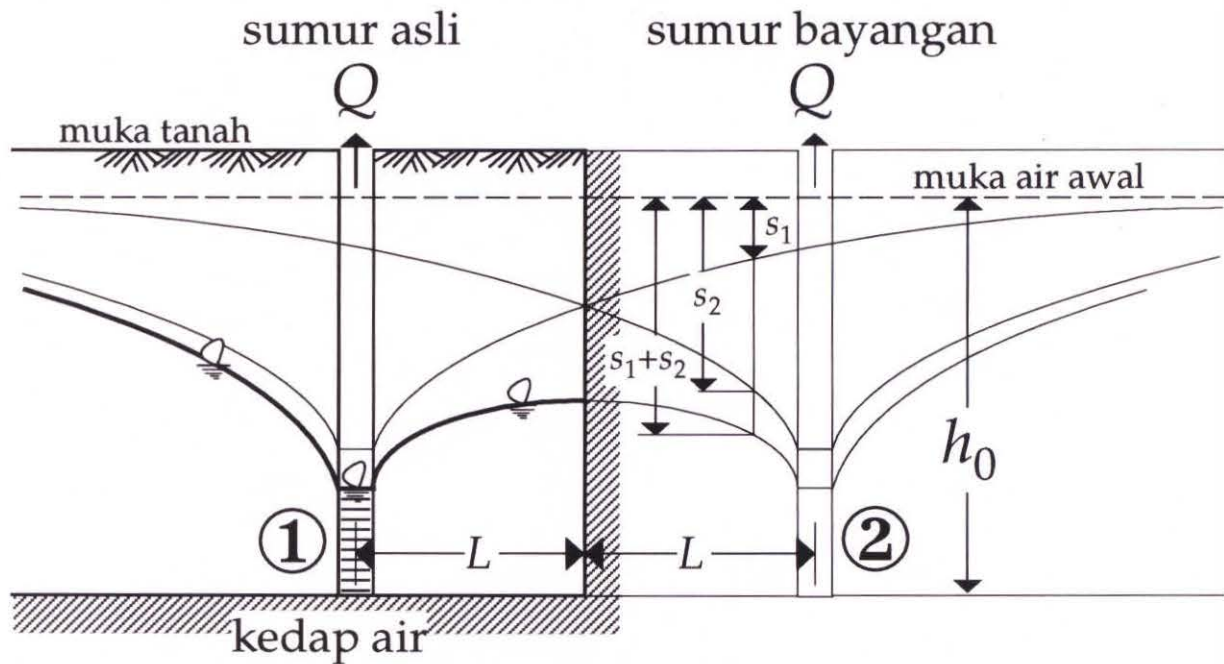


$$s = Nh_0 - \sum_{i=1}^N \sqrt{h_0^2 - \frac{Q}{\pi K} \ln \left(\frac{r_0}{r} \right)_i}$$

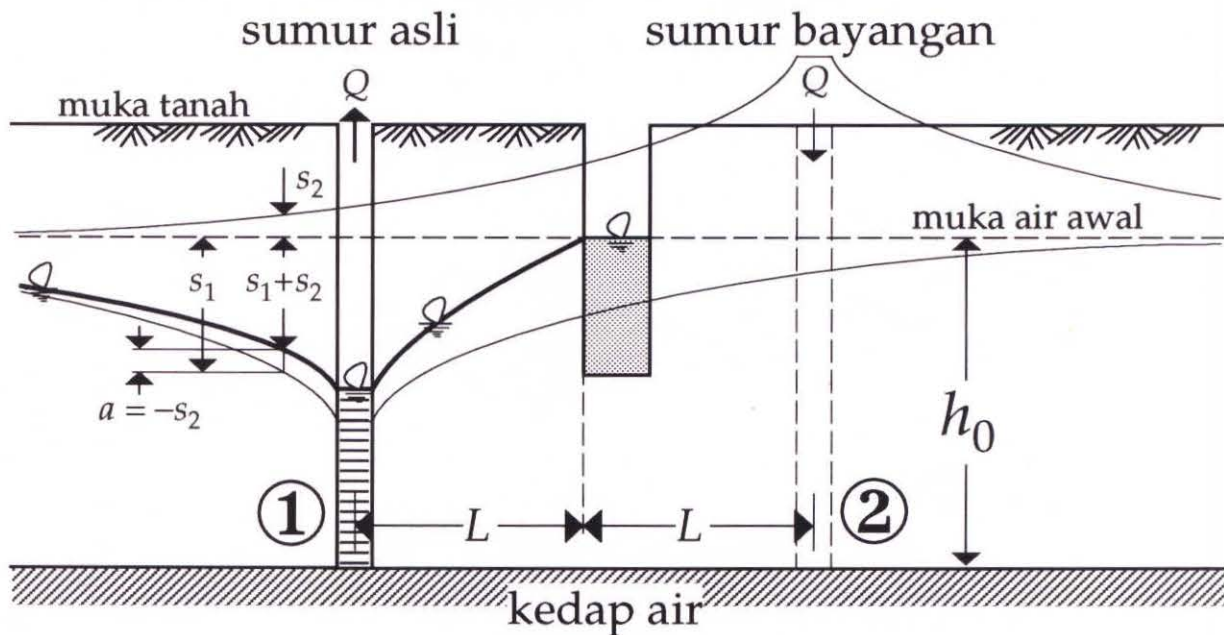
► Sistem Sumur



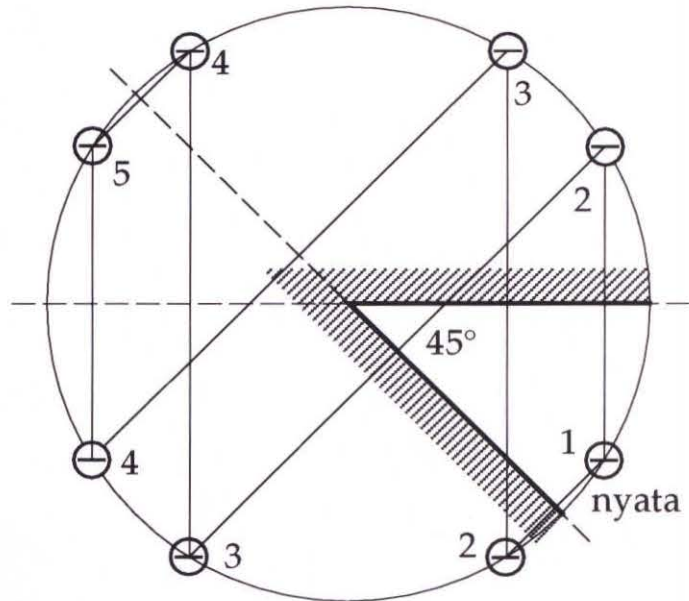
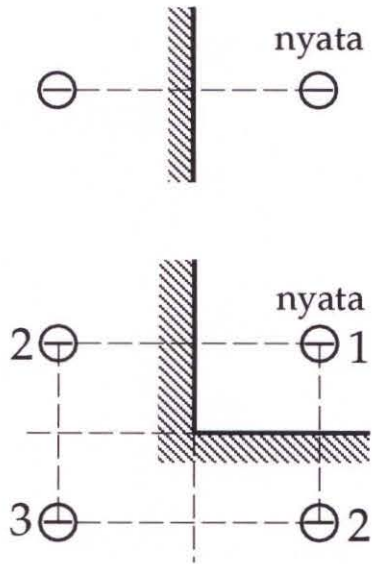
➤ Sistem Sumur Bayangan Untuk Lapis Kedap Air



➤ Sistem Sumur Bayangan Dekat Sungai



➤ **Sistem Sumur Bayangan Untuk Lapis Kedap Air**



➤ **Sistem Sumur Bayangan Dekat Sungai**

