

**Soal Akuifer Nirtekan Diapit Dua Sungai (Evaporasi Diketahui)**

Sebuah akuifer nirtekan berada di atas suatu lapisan tanah horisontal yang kedap air. Akuifer nirtekan ini mempunyai konduktivitas hidraulis  $K = 0,000175$  m/detik dan diapit dua sungai yang saling sejajar berjarak 200 m. Nilai evaporasi  $5,00E-07$  m/detik

Pertanyaan:

1. Berapa elevasi minimum muka air dalam akuifer dan tentukan lokasinya, jika pada awal musim kemarau elevasi muka air di kedua sungai tersebut diukur dari lapisan kedap air, untuk sungai kiri 5 m dan sungai kanan 8 m? (bobot: 20%)
2. Sampai dengan tengah musim kemarau, elevasi muka air sungai kanan dianggap tetap (= 8 m), sedangkan elevasi muka air sungai kiri semakin lama semakin turun, sehingga elevasi minimum air tanah juga menurun.  
Berapakah tinggi muka air sungai kiri, pada saat muka air tanah di suatu titik dalam akuifer mulai mengering? Tentukan pula letak titik yang mulai mengering tersebut? (bobot: 40%)
3. Pada akhir musim kemarau, elevasi muka air diukur dari lapisan kedap air, untuk sungai kiri 2,5 m dan sungai kanan 5 m. Tentukan bagian mana dari akuifer yang mengalami kekeringan dan bagian mana yang masih ada air tanahnya. (bobot: 40%)

### Jawaban 'Awal Musim Kemarau' untuk Soal Akuifer Nirtekan Diapit Dua Sungai (Evaporasi Diketahui)

#### Diketahui:

$$\begin{aligned} K &= 1,75E-04 \text{ m/detik} \\ h_{\text{kiri}} &= 5,00 \text{ m} \\ h_{\text{kanan}} &= 8,00 \text{ m} \\ \text{Evaporasi, } P &= -5,0E-07 \text{ m/detik} \\ B_{\text{akuifer}} &= 200,0 \text{ m} \end{aligned}$$

#### Dihitung:

$$\begin{aligned} h_{\text{min}} &= 3,55 \text{ m} \\ X_{\text{ekstrim}} &= 65,88 \text{ m} \end{aligned}$$

#### Formulasi:

### I. Persamaan Dasar:

$$\text{Darcy: } q = -Kh \frac{dh}{dx} \dots [I.1]$$

$$\text{Kombinasi: } h dh = -\frac{P}{K} x dx - \frac{C_1}{K} dx$$

$$\text{Kontinuitas: } \frac{dq}{dx} = P \text{ atau } q = Px + C_1 \dots [I.2] \quad \text{Integrasi: } h^2 = -\frac{P}{K} x^2 - \frac{2C_1}{K} x + C_2 \dots [I.3]$$

### II. Muka Air Ekstrim (Maximum atau Minimum)

$$q = Px + C_1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{C_1}{P} \dots [II.1]$$

$$\text{atau } h_{\text{ekstrim}}^2 = -\frac{C_1^2}{K^2 P^2} + \frac{2C_1^2}{K^2 P} + C_2 \Rightarrow h_{\text{ekstrim}}^2 = \frac{C_1^2}{K^2 P} + C_2 \dots [II.2]$$

$$\text{sehingga } h_{\text{ekstrim}}^2 - C_2 = \frac{C_1^2}{K^2 P} \Rightarrow P = \frac{C_1^2}{K(h_{\text{ekstrim}}^2 - C_2)} \dots [II.3]$$

### III. Awal Musim Kemarau:

$$\text{Kondisi batas kiri: } x = 0, h = h_{\text{kiri}}$$

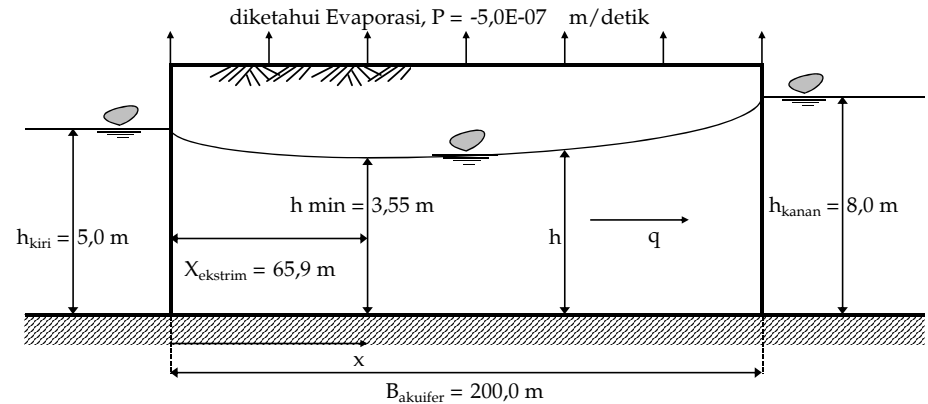
$$h_{\text{kiri}}^2 = C_2 \dots [III.1]$$

$$\text{Kondisi batas kanan: } x = B_{\text{akuifer}}, h = h_{\text{kanan}}$$

$$h_{\text{kanan}}^2 = -\frac{P}{K} B_{\text{akuifer}}^2 - \frac{2C_1}{K} B_{\text{akuifer}} + C_2 \dots [III.2]$$

Kombinasi Pers. [III.1] dan [III.2] diperoleh:

$$0,5 \cdot \underbrace{(h_{\text{kiri}}^2 - h_{\text{kanan}}^2)}_A \cdot \underbrace{\frac{K}{B_{\text{akuifer}}}}_B - 0,5 B_{\text{akuifer}} \cdot P = C_1 \dots [III.3]$$



#### Penyelesaian:

- Dari Pers.(III.1):  $C_2 = 5 \cdot 5 = 25 \text{ m}^2$ .
- Pers.(III.3) ditulis sebagai  $C_1 = A + B \cdot P \dots (I)$   
dengan:  $A = 0,5 \cdot (5^2 - 8^2) \cdot 0,000175 / 200 = -0,0000170625$   
 $B = -0,5 \cdot 200 = -100$
- Dari Pers.(I):  $C_1 = -0,0000170625 + (-100) \cdot (-0,0000005) = 3,29E-05$
- Elevasi muka air minimum dapat dihitung dari Pers.(II.2) sbb:  
 $h^2 = (0,0000329375)^2 / 0,000175 / -0,0000005 + (25) = 12,6013839285714$   
 $h = \sqrt{12,6013839285714} = 3,550 \text{ m}$
- Nilai X minimum dapat dihitung sebagai  $X = -C_1 / P$   
 $X = -(3,29E-05) / (-5,00E-07) = 65,875 \text{ m}$

### Jawaban 'Tengah Musim Kemarau' Soal Akuifer Nirtekan Diapit Dua Sungai (Evaporasi Diketahui)

Diketahui:	Dihitung:
$K = 1,75E-04$ m/detik	$h_{kiri} = 2,69$ m
$h_{kanan} = 8,0$ m	$X_{ekstrim} = 50,33$ m
$B_{akuifer} = 200,0$ m	
Evaporasi, $P = -5,00E-07$ m/detik	

Formulasi:

#### I. Persamaan Dasar:

$$\text{Darcy: } q = -Kh \frac{dh}{dx} \dots [I.1]$$

$$\text{Kombinasi: } h \, dh = -\frac{P}{K} x \, dx - \frac{C_1}{K} dx$$

$$\text{Kontinuitas: } \frac{dq}{dx} = P \text{ atau } q = Px + C_1 \dots [I.2]$$

$$\text{Integrasi: } h^2 = -\frac{P}{K} x^2 - \frac{2C_1}{K} x + C_2 \dots [I.3]$$

#### II. Muka Air Ekstrim (Maximum atau Minimum)

$$q = Px + C_1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{C_1}{P} \dots [II.1]$$

$$\text{atau } h_{ekstrim}^2 = -\frac{C_1^2}{K^2 P^2} + \frac{2C_1^2}{K^2 P} + C_2 \Rightarrow h_{ekstrim}^2 = \frac{C_1^2}{K^2 P} + C_2 \dots [II.2]$$

$$\text{sehingga } h_{ekstrim}^2 - C_2 = \frac{C_1^2}{K^2 P} \Rightarrow P = \frac{C_1^2}{K(h_{ekstrim}^2 - C_2)} \dots [II.3]$$

#### III. Awal Musim Kemarau:

$$\text{Kondisi batas kiri: } x = 0, h = h_{kiri}$$

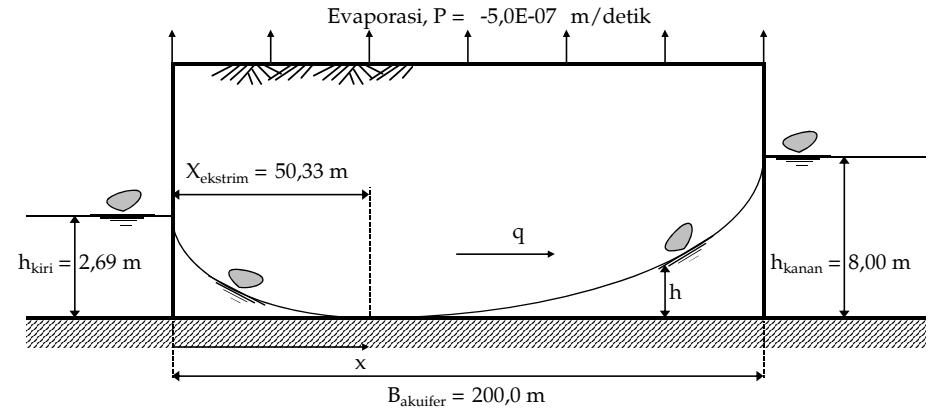
$$h_{kiri}^2 = C_2 \dots [III.1]$$

$$\text{Kondisi batas kanan: } x = B_{akuifer}, h = h_{kanan}$$

$$h_{kanan}^2 = -\frac{P}{K} B_{akuifer}^2 - \frac{2C_1}{K} B_{akuifer} + C_2 \dots [III.2]$$

Kombinasi Pers. [III.1] dan [III.2] diperoleh:

$$0,5 \cdot \underbrace{(h_{kiri}^2 - h_{kanan}^2)}_A \cdot \frac{K}{B_{akuifer}} - \underbrace{0,5 B_{akuifer}}_B \cdot P = C_1 \dots [III.3]$$



Penyelesaian:

- Dari Pers.[II.2], pada saat kering;  $h_{ekstrim} = 0,0$  m, maka
- Pers.[II.2] ditulis sebagai  $C_2 = -C_1^2/K/P \dots$  (I)
- Pers.(I) disubstitusikan kedalam Pers. [III.2], dapat ditulis sebagai:

$$C_1^2 + B C_1 + C = 0 \dots (II)$$

$$\text{dengan: } B = 2 \cdot B_{akuifer} \cdot P = 2 \cdot 200 \cdot (-0,0000005) = -0,0002$$

$$C = h_{kanan}^2 \cdot K \cdot P + P^2 \cdot B_{akuifer}^2$$

$$C = 8^2 \cdot 0,000175 \cdot (-0,0000005) + (-0,0000005 \cdot 200)^2$$

$$C = 0,0000000044$$

- Nilai  $C_1$  dihitung dari Pers.(II) dan Nilai  $C_2$  dari Pers.(I) sbb:  
 $C_{11} = 1,748E-04$                        $C_{21} = 3,493E+02$   
 $C_{12} = 2,517E-05$                        $C_{22} = 7,239E+00$

- Check nilai  $h_{kiri}$  dengan nilai  $\sqrt{C_2}$ :

$$h_{kiri(1)} = 18,6904 \text{ m}$$

$$h_{kiri(2)} = 2,6904 \text{ m}$$

- Jadi nilai digunakan:

$$h_{kiri} = 2,6904 \text{ m}$$

$$X_{ekstrim} = 50,3337 \text{ m}$$

### Jawaban 'Akhir Musim Kemarau' untuk Soal Akuifer Nirtekan Diapit Dua Sungai (Evaporasi Diketahui)

Diketahui:

$$K = 1,75E-04 \text{ m/detik}$$

$$h_{\text{kiri}} = 2,5 \text{ m}$$

$$h_{\text{kanan}} = 5,0 \text{ m}$$

$$\text{Evaporasi, } P = -5,00E-07 \text{ m/detik}$$

$$B_{\text{akuifer}} = 200,0 \text{ m}$$

Dihitung:

$$L_{AB} = 46,771 \text{ m (basah kiri)}$$

$$L_{BC} = 59,688 \text{ m (kering tengah)}$$

$$L_{CD} = 93,541 \text{ m (basah kanan)}$$

Formulasi:

## I. Persamaan Dasar:

$$\text{Darcy: } q = -Kh \frac{dh}{dx} \dots [I.1]$$

$$\text{Kombinasi: } h \, dh = -\frac{P}{K} x \, dx - \frac{C_1}{K} dx$$

$$\text{Kontinuitas: } \frac{dq}{dx} = P \text{ atau } q = Px + C_1 \dots [I.2] \quad \text{Integrasi: } h^2 = -\frac{P}{K} x^2 - \frac{2C_1}{K} x + C_2 \dots [I.3]$$

## II. Muka Air Ekstrim (Maximum atau Minimum)

$$q = Px + C_1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{C_1}{P} \dots [II.1]$$

$$\text{atau } h_{\text{ekstrim}}^2 = -\frac{C_1^2}{K^2 P} + \frac{2C_1^2}{K^2 P} + C_2 \Rightarrow h_{\text{ekstrim}}^2 = \frac{C_1^2}{K^2 P} + C_2 \dots [II.2]$$

$$\text{sehingga } h_{\text{ekstrim}}^2 - C_2 = \frac{C_1^2}{K^2 P} \Rightarrow P = \frac{C_1^2}{K(h_{\text{ekstrim}}^2 - C_2)} \dots [II.3]$$

## IV. Akhir Musim Kemarau, Kawasan Basah:

$$\text{Kondisi batas kiri: } x = 0, h = h_{\text{kiri}}$$

$$h_{\text{kiri}}^2 = C_2 \dots [IV.1]$$

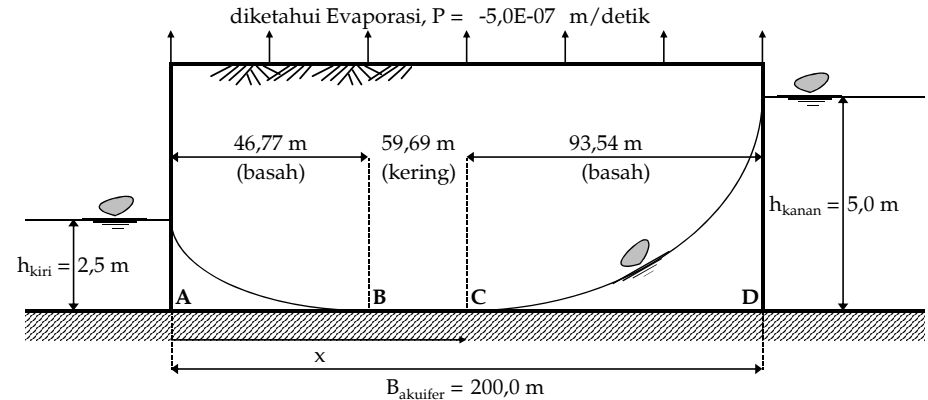
$$\text{Kondisi batas kanan: } x = x_{\text{ekstrim}}, h = h_{\text{ekstrim}} = ($$

$$0 = -\frac{P}{K} x_{\text{ekstrim}}^2 - \frac{2C_1}{K} x_{\text{ekstrim}} + C_2 \dots [IV.2]$$

Kombinasi Pers. [II.1] dan [IV.2] diperoleh:

$$x_{\text{ekstrim}}^2 + \frac{2C_1}{P} x_{\text{ekstrim}} - C_2 \frac{K}{P} = 0 \text{ atau } x_{\text{ekstrim}}^2 - 2 x_{\text{ekstrim}} \frac{K}{P} - C_2 \frac{K}{P} = 0 \dots [IV.3]$$

$$\text{Substitusi Pers. [IV.1] kedalam Pers. [IV.3] menghasilkan: } x_{\text{ekstrim}} = h_{\text{kiri}} \sqrt{\frac{K}{-P}} \dots [IV.4]$$



Penyelesaian:

- Dari Pers.(IV.4) dapat dihitung bagian akuifer yang basah AB, CD:

$$AB = H_{\text{kiri}} \cdot \sqrt{(K/-P)} = 2,5 \cdot \sqrt{(0,000175/0,0000005)} = 46,7707 \text{ m}$$

$$CD = H_{\text{kanan}} \cdot \sqrt{(K/-P)} = 5 \cdot \sqrt{(0,000175/0,0000005)} = 93,5414 \text{ m}$$

- Sehingga bagian akuifer yang kering:

$$BC = 200 - 46,77 - 93,54 = 59,6878 \text{ m}$$