Untuk memudahkan penjabaran, maka didefinisikan variabel sbb:

```
Cin1 = C(i,n+1)
Cin  = C(i,n)
Ckn  = C(i-k,n)
Ck1n = C(i-k-1,n)
```

Interpolasi linier dari metoda karakteristik menghasilkan Pers.(1) sbb:

```
Adveksi := Cin1 dx  - (dx-Alpha) Ckn - Alpha Ck1n
```

Ekspansi deret Taylor dari C(i,n+1), C(i-k,n) dan C(i-k-1,n) terhadap Cin = C(i,n) didefinisikan sebagai:

```
Taylor:= { Cin1 -> Cin + ∂C∂t dt + ∂2C∂t2 dt^2/2,
           Ckn  -> Cin - ∂C∂x k dx + ∂2C∂x2 (k dx)^2/2,
           Ck1n -> Cin - ∂C∂x (k+1) dx + ∂2C∂x2 ((k+1) dx)^2/2}
```

Manipulasi persamaan adveksi murni dan melihat definisi kurva karakteristik pada kisi beda hingga menghasilkan:

```
Identitas1 := ∂2C∂t2 -> U^2 ∂2C∂x2;
Identitas2 := U -> (k dx + Alpha)/dt
```

Dengan menggunakan deret Taylor dan identitas diatas, maka Pers.(1) akan berubah menjadi Pers.(2):

```
AdveksiNew1 := Adveksi/.Taylor/.(Identitas1/.Identitas2)

AdveksiNew2 = ExpandAll[AdveksiNew1/dx/dt]
```

```
                                                   2
          Alpha ∂C∂x     ∂C∂x dx k     Alpha   ∂2C∂x2     Alpha dx ∂2C∂x2
∂C∂t + ----------- + ---------- + --------------- - ----------------
              dt            dt            2 dt              2 dt
```

Jika Pers.(2) akan dibawa kebentuk Pers.(3) sbb:

```
AdveksiBaru := ∂C∂t + U ∂C∂x - K ∂2C∂x2
```

Maka nilai koefisien difusi numeris Kn adalah:

Djoko Luknanto

```
Kn = K/.Solve [{AdveksiBaru == 0 /.Identitas2,AdveksiNew2 == 0}
```

$$\left\{\frac{\text{Alpha}\,(-\text{Alpha} + dx)}{2\,dt}\right\}$$

Jika didefinisikan $Cr = U\Delta t/\Delta x$, maka Identitas2 dapat ditulis sebagai Identitas3 sbb:

```
Identitas3 := Alpha -> (Cr-k) dx
```

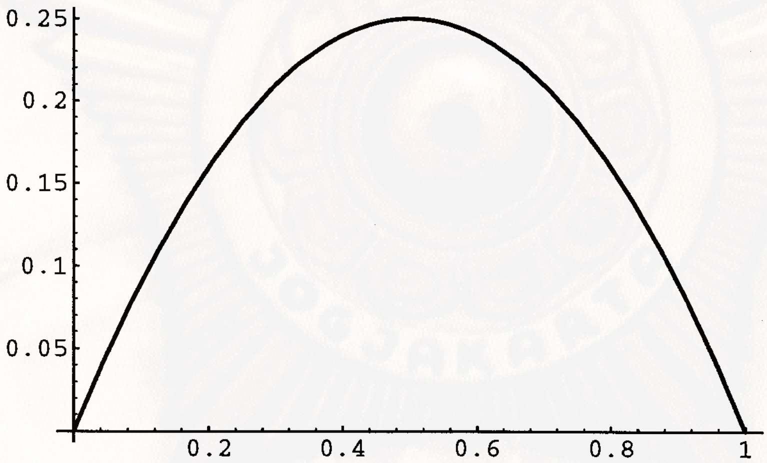
sehingga Kn dapat ditulis sebagai:

```
Knbaru := Simplify[Kn /. Identitas3];Knbaru
```

$$\left\{\frac{dx^2\,(Cr - k)\,(1 - Cr + k)}{2\,dt}\right\}$$

Plot dari nilai koefisien difusi numeris untuk berbagai nilai k adalah sbb:

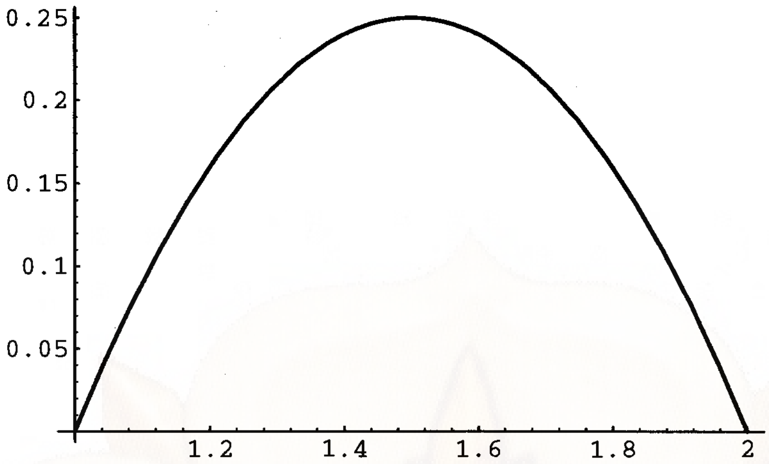
```
k = 0;
Plot[Knbaru/.{dx->1,dt->1/2},{Cr,k,k+1}]
```



-Graphics-

Djoko Luknanto

```
k = 1;
Plot[Knbaru/.{dx->1,dt->1/2},{Cr,k,k+1}]
```



-Graphics-

```
k = 5;
Plot[Knbaru/.{dx->1,dt->1/2},{Cr,k,k+1}]
```

-Graphics-