III. HIDROSTATIKA

3.1. Pendahuluan.

Zat cair yang berada di dalam tangki atau kolam mempunyai permukaan horisontal di mana tekanannya adalah konstan. Pada tangki terbuka permukaan tersebut mengalami tekanan atmosfer, sedang pada tangki tertutup tekanannya bisa lain dari tekanan atmosfer.

Di dalam bab ini akan dipelajari zat cair dalam keadaan diam. Pada zat cair diam atau hidrostatika, tidak terjadi tegangan geser di antara partikel zat cair. Suatu benda yang berada di dalam zat cair diam akan mengalami gaya-gaya yang ditimbulkan oleh tekanan zat cair. Tekanan tersebut bekerja tegak lurus pada permukaan benda. Gaya-gaya yang bekerja tersebut tidak tergantung pada kekentalan (viskositas) zat cair. Dengan demikian, analisis mengenai zat cair diam adalah lebih sederhana dibanding dengan zat cair bergerak, yang merupakan aplikasi dari teori mekanika teknik tentang gaya dan momen.

Dalam bab ini akan dipelajari tekanan zat cair, variasi tekanan sebagai fungsi jarak vertikal, gaya tekanan yang bekerja pada dinding permukaan dan pada benda yang terendam, serta aplikasinya yang ada pada permasalahan hidrostatika seperti analisis stabilitas bendungan, pintu air, dan sebagainya.

3.2. Tekanan

Tekanan didefinisikan sebagai jumlah gaya tiap satuan luas. Apabila gaya terdistribusi secara merata pada suatu luasan, maka tekanan dapat ditentukan dengan membagi gaya dengan luas, yang diberikan oleh bentuk berikut ini.

$$p = \frac{F}{A} \qquad (3.1.)$$

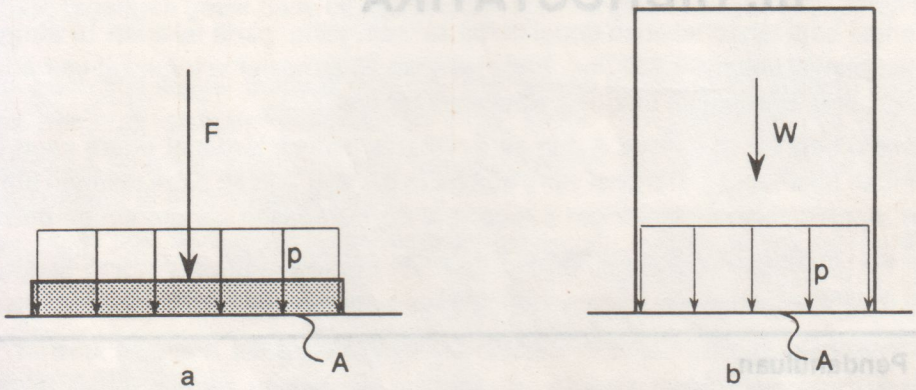
dengan :

p : tekanan (kgf/m^2 atau N/m^2)

F : gaya (kgf atau N)

A : *luas* (m^2)

Suatu plat dengan luas A terletak pada lantai (gambar 3.1.a). Apabila di atas plat bekerja gaya F, maka plat akan memberikan tekanan ke lantai sebesar $p = F/A$. Demikian juga suatu benda dengan berat W dan tampang lintang A akan memberikan tekanan pada lantai sebesar $p = W/A$.



Gambar 3.1. Gaya dan tekanan

Dalam sistem satuan MKS, gaya dan luas mempunyai satuan *kgf* (kilogram *force*)dan m^2 sehingga tekanan mempunyai satuan kilogram *force* per meter persegi (kgf/m^2). Sedang dalam sistim satuan SI, gaya dan luas mempunyai satuan Newton (N) dan meter persegi (m^2) sehingga tekanan adalah dalam Newton per meter persegi (N/m^2). Tekanan sebesar 1 N/m^2 dikenal sebagai 1 Pascal (Pa),

$$1\ N/m^2 = 1\ Pa$$

$$1\ kN/m^2 = 1\ k\,Pa = 1000\ N/m^2$$

Apabila gaya yang bekerja tidak merata pada bidang, maka tekanan p diberikan dalam bentuk berikut:

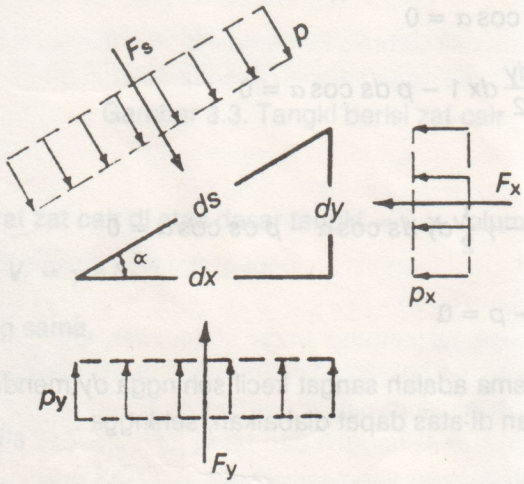
$$p = \frac{dF}{dA} \tag{3.2}$$

Apabila tekanan pada suatu luasan diketahui, maka gaya tekanan yang bekerja pada luasan adalah :

$$F = p\,A \tag{3.3}$$

3.3. Tekanan Pada Suatu Titik.

Di dalam zat cair diam tidak terjadi tegangan geser dan gaya yang bekerja pada suatu bidang adalah gaya tekanan yang bekerja tegak lurus pada bidang tersebut. Tekanan pada setiap titik didalam zat cair diam adalah sama dalam segala arah. Untuk membuktikan hal ini, dipandang suatu elemen zat cair berbentuk prisma segitiga sangat kecil dengan lebar satu satuan panjang (tegak lurus bidang gambar), panjang dan tinggi adalah *dx* dan *dy* yang berada dalam keadaan diam seperti yang ditunjukkan dalam gambar 3.2.



Gambar 3.2. Elemen zat cair diam

Dalam gambar tersebut *p* adalah tekanan, p_x dan p_y adalah tekanan dalam arah horizontal dan vertikal. Sisi-sisi segitiga tersebut mempunyai hubungan berikut :

$$dx = ds \cos \alpha$$

$$dy = ds \sin \alpha$$

Berat prisma segitiga zat cair adalah :

$$W = \gamma \frac{dy}{2} (dx\ 1)$$

Oleh karena tidak ada tegangan geser maka gaya-gaya yang bekerja hanya gaya tekanan dan gaya berat. Gaya tekanan (*F*) adalah tekanan (*p*) kali luas bidang yang mengalami tekanan (*A*). Gaya tekanan yang bekerja pada permukaan adalah:

$$F_x = p_x\ dy\ 1$$

$$F_y = p_y\ dx\ 1$$

$$F_s = p\ ds\ 1$$

Persamaan kesetimbangan untuk arah x adalah :

$$F_x = Fs \sin\alpha$$

$$p_x \; dy\, 1 = p\, ds\, 1 \sin\alpha$$

$$p_x \; ds \sin\alpha = p\, ds \sin\alpha$$

sehingga

$$p_x = p \tag{3.4}$$

Sedang untuk arah y :

$$F_y - W - F_s \cos\alpha = 0$$

$$p_y\, dx\, 1 - \gamma \frac{dy}{2} dx\, 1 - p\, ds \cos\alpha = 0$$

atau

$$p_y \; ds \cos\alpha - \gamma \frac{1}{2} dy\, ds \cos\alpha - p\, ds \cos\alpha = 0$$

$$p_y - \frac{1}{2}\gamma\, dy - p = 0$$

Oleh karena prisma adalah sangat kecil sehingga dy mendekati nol, maka suku kedua dari persamaan di atas dapat diabaikan, sehingga :

$$p_y = p \tag{3.5}$$

Dari persamaan (3.4) dan (3.5) didapat :

$$p_x = p_y = p \tag{3.6}$$

yang berarti bahwa tekanan dalam berbagai arah yang bekerja pada suatu titik dalam zat cair diam adalah sama.

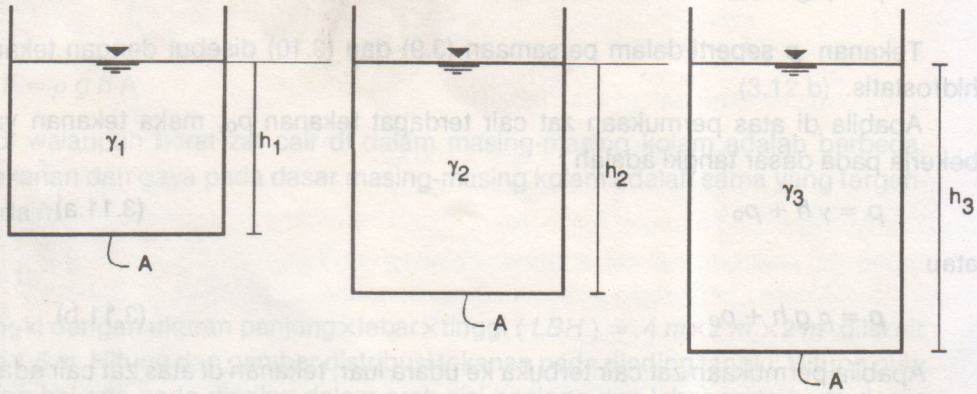
Besarnya gaya tekanan yang bekerja pada suatu bidang diberikan oleh bentuk berikut ini.

$$F = \int_A p\, dA$$

$$F = p\, A \tag{3.7}$$

3.4. Distribusi Tekanan Pada Zat Cair Diam

Gambar 3.3. menunjukkan beberapa tangki berisi zat cair yang sama dalam keadaan diam. Zat cair mempunyai permukaan horisontal. Kedalaman zat cair adalah h_1, h_2, dan h_3 . Luas dasar semua tangki adalah sama yaitu A. Apabila berat jenis zat cair adalah γ maka berat zat cair di atas dasar masing-masing tangki adalah :



Gambar 3.3. Tangki berisi zat cair

W_1 = berat zat cair di atas dasar tangki = $\gamma \times$ volume zat cair

$= \gamma \times V = \gamma A h_1$

Dengan cara yang sama,

$W_2 = \gamma A h_2$

$W_3 = \gamma A h_3$

Tekanan yang bekerja pada masing-masing dasar tangki adalah :

$$p_1 = \frac{W_1}{A} = \frac{\gamma A h_1}{A}$$

$$p_1 = \gamma h_1 \qquad (3.8.a)$$

Dengan cara yang sama untuk kedua tangki yang lain,

$$p_2 = \gamma h_2 \qquad (3.8.b)$$

$$p_3 = \gamma h_3 \qquad (3.8.c)$$

Dari ketiga bentuk persamaan di atas terlihat bahwa tekanan pada dasar tangki yang ditimbulkan oleh zat cair dalam keadaan diam tergantung pada kedalaman vertikal titik tersebut dari permukaan zat cair dan berat jenis zat cair. Untuk zat cair yang sama, berat jenis γ yang ada dalam persamaan tersebut adalah konstan. Dengan demikian tekanan p hanya tergantung pada variabel h (kedalaman zat cair); dengan kata lain tekanan merupakan fungsi dari kedalaman zat cair, $p = f(h)$. Secara umum persamaan (3.8.a, b, dan c) dapat ditulis dalam bentuk berikut ini :

$$p = \gamma h \qquad (3.9)$$

Dalam sistim satuan SI dimana lebih sering digunakan rapat massa (ρ) dari pada berat jenis (γ) maka persamaan (3.9) ditulis menjadi :

$$p = \rho g h \qquad (3.10)$$

Tekanan p seperti dalam persamaan (3.9) dan (3.10) disebut dengan tekanan hidrostatis.

Apabila di atas permukaan zat cair terdapat tekanan p_o, maka tekanan yang bekerja pada dasar tangki adalah :

$$p = \gamma h + p_o \qquad (3.11.a)$$

atau

$$p = \rho g h + p_o \qquad (3.11.b)$$

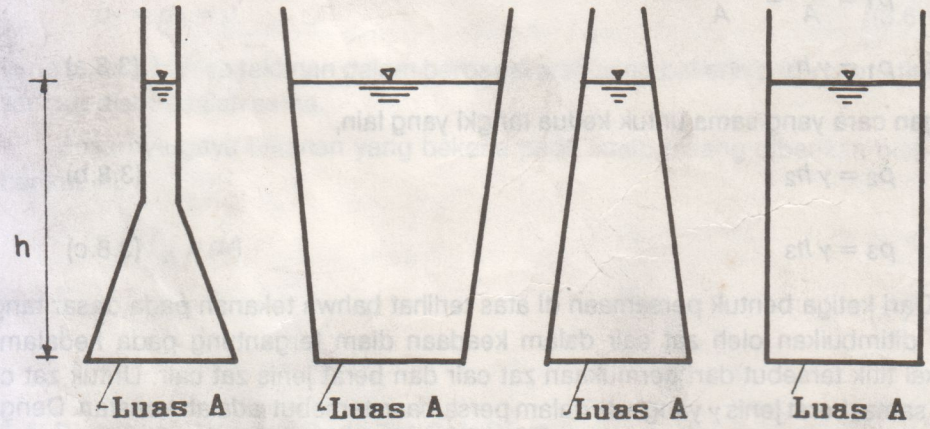
Apabila permukaan zat cair terbuka ke udara luar, tekanan di atas zat cair adalah tekanan atmosfer, $p_o = p_a$, sehingga tekanan absolut (lihat sub bab 3.5) :

$$p = \gamma h + p_a$$

atau

$$p = \rho g h + p_a$$

Karena tekanan hanya tergantung pada kedalaman zat cair h, maka untuk kedalaman yang sama akan memberikan tekanan yang sama meskipun bentuk tangki berbeda. Seperti yang ditunjukkan dalam gambar (3.4), untuk keempat tangki berbeda tetapi dengan luas dasar A, tinggi h dan berat jenis zat cair γ yang sama, akan menimbulkan tekanan pada dasar yang sama pula.



Gambar 3.4. Tekanan hidrostatis pada kolam dengan bentuk berbeda

Tekanan pada dasar untuk masing-masing tangki adalah :

$$p = \gamma h$$

Gaya pada dasar F = tekanan × luas = $p \times A$

$$F = \gamma h A \qquad (3.12.a)$$

atau

$$F = \rho g h A \qquad (3.12.b)$$

Jadi walaupun berat zat cair di dalam masing-masing kolam adalah berbeda, tetapi tekanan dan gaya pada dasar masing-masing kolam adalah sama yang tergantung pada *h*.

Contoh 1

Tangki dengan ukuran panjang×lebar×tinggi (*LBH*) = 4 *m*×2 *m* ×2 *m* diisi air sedalam 1,5 *m*. Hitung dan gambar distribusi tekanan pada dinding tangki. Hitung pula gaya yang bekerja pada dinding dalam arah sisi panjang dan lebar serta pada dasar tangki.

Penyelesaian

Contoh soal ini diselesaikan dengan sistem satuan MKS.

Distribusi tekanan dihitung dengan menggunakan rumus :

$$p = \gamma h$$

Distribusi tekanan di dinding, pada kedalaman :

$$h = 0{,}5 \text{ m} \; ; \; p_{0,5} = 1000 \times 0{,}5 = 500 \; kgf/m^2$$

$$h = 1{,}0 \text{ m} \; ; \; p_{1,0} = 1000 \times 1{,}0 = 1.000 \; kgf/m^2$$

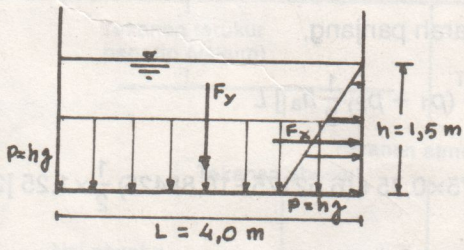
$$h = 1{,}5 \text{ m} \; ; \; p_{1,5} = 1000 \times 1{,}5 = 1.500 \; kgf/m^2$$

Distribusi tekanan di dasar adalah merata, yaitu :

$$p = 1000 \times 1{,}5 = 1.500 \; kgf/m^2$$

Distribusi tekanan seperti terlihat dalam gambar.

Gaya pada dinding dalam arah panjang:



Gambar 3.5. Distribusi tekanan pada dinding dan dasar tangki

F_x = luas distribusi tekanan × panjang

$= 0{,}5 \times p_{1,5} \times h \times L = 0{,}5 \times 1.500 \times 1{,}5 \times 4 = 4.500\,kgf$

Gaya pada dinding dalam arah lebar,

$F_z = 0{,}5 \times 1.500 \times 1{,}5 \times 2 = 2.250\,kgf$

Gaya pada dasar,

$F_y = p \times L \times B = 1.500 \times 4 \times 2 = 12.000\,kgf$

Contoh 2

Suatu tangki dengan panjang 2,5 *m*, lebar 2 *m* dan tinggi 2 *m* diisi air sampai pada ketinggian 1,25 m dan sisanya diisi minyak sampai penuh dengan rapat relatif S=0,9. Tangki tersebut terbuka ke udara luar. Hitung dan gambar distribusi tekanan pada dinding dan dasar tangki. Hitung gaya tekanan yang bekerja pada sisi arah panjang dan lebar serta dasar tangki.

Penyelesaian

Contoh soal ini diselesaikan dengan sistem satuan SI.

$$S = \frac{\rho m}{\rho air} = 0{,}9$$

$$\rho m = 0{,}9\,\rho air$$

$$p_1 = \rho m\, g\, h_m$$

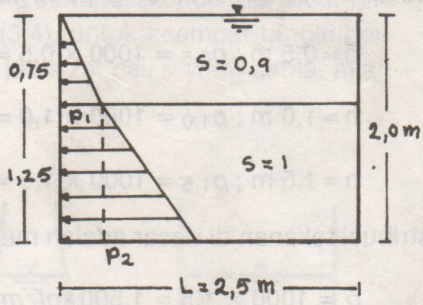
$$= 0{,}9 \times 1000 \times 9{,}81 \times 0{,}75$$

$$= 6621{,}75\,N/m^2 = 6{,}62175\,kN/m^2$$

$$p_2 = p_1 + \rho air\, g\, h_{air}$$

$$= 6621{,}75 + 1000 \times 9{,}81 \times 1{,}25$$

$$= 18.884{,}25\,N/m^2 = 18{,}88425\,kN/m^2$$



Gambar 3.6.

Gaya tekanan pada sisi arah panjang,

$$F_L = [\,\frac{1}{2} p_1 h_m + (p_1 + p_2)\,\frac{1}{2} h_a\,]\,L$$

$$= [\,\frac{1}{2} \times 6{,}62175 \times 0{,}75 + (6{,}62175 + 18{,}88425)\,\frac{1}{2} \times 1{,}25\,]\,2{,}5 = 46{,}0610\,kN$$

Gaya tekanan pada sisi arah lebar,

$$F_B = [\,\frac{1}{2} \times 6{,}62175 \times 0{,}75 + (6{,}62175 + 18{,}88425)\,\frac{1}{2} \times 1{,}25\,]\,2{,}0 = 36{,}8488\,kN$$

Gaya tekanan pada dasar,

$$F_D = p_2 \times L \times B = 18{,}88425 \times 2{,}5 \times 2 = 94{,}42125\,kN$$

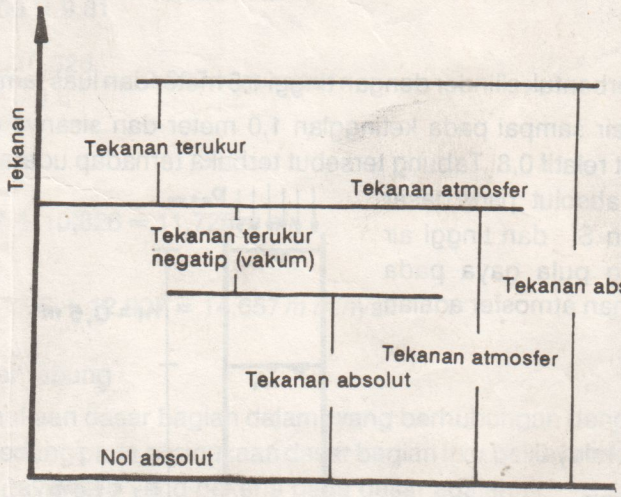
3.5. Tekanan Atmosfer, Relatif dan Absolut

Telah diketahui bahwa udara di atmosfer ini mempunyai berat. Karena mempunyai berat maka udara tersebut bisa menimbulkan tekanan pada permukaan bumi. Rapat massa udara tidak konstan, yang tergantung pada ketinggian, temperatur dan kelembaban. Oleh karena itu tekanan atmosfer, yang disebabkan oleh berat atmosfer atau udara di atas permukaan bumi, sulit (tidak bisa) dihitung. Tekanan atmosfer dapat diukur berdasarkan tinggi kolom zat cair yang bisa ditahan. Dipermukaan laut, tekanan yang ditimbulkan oleh kolom udara seluas 1 cm^2 dan setinggi atmosfer adalah sebesar 1,03 *kgf*. Dengan kata lain tekanan atmosfer pada permukaan laut adalah 1,03 kgf/cm^2, atau dapat juga ditunjukkan oleh 10,3 *m* air atau 76 *cm* air raksa (Hg). Tekanan atmosfer akan berkurang dengan elevasi/ketinggian tempat.

Tekanan relatif atau tekanan terukur adalah tekanan yang diukur berdasarkan tekanan atmosfer. Tekanan ini bisa lebih besar atau lebih kecil dari tekanan atmosfer. Tekanan relatif dari zat cair yang berhubungan dengan udara luar (atmosfer) bertekanan nol, sehingga tekanan relatif adalah positip bila lebih besar dari tekanan atmosfer dan negatip apabila lebih kecil.

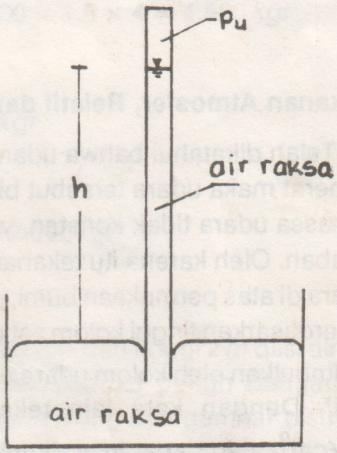
Tekanan absolut merupakan jumlah dari tekanan atmosfer dengan tekanan relatif. Apabila tekanan relatif adalah negatif, maka tekanan absolut adalah tekanan atmosfer dikurangi tekanan relatif.

Gambar 3.7. menunjukkan ketiga macam tekanan tersebut. Tekanan relatip, untuk selanjutnya disebut tekanan.



Gambar 3.7. Tekanan atmosfer, Relatif dan absolut

Tekanan atmosfer di suatu tempat dapat diukur dengan menggunakan barometer air raksa (gambar 3.8.). Barometer ini terdiri dari tabung kaca cukup panjang yang pada ujung atasnya tertutup dan diisi penuh dengan air raksa, sedang pada ujung lainnya yang terbuka dimasukkan ke dalam air raksa. Pada kondisi setimbang, permukaan air raksa di dalam tabung akan turun sampai tinggi kolom air raksa di dalam tabung adalah h. Ruangan di atas air raksa mengandung uap air raksa.



Gambar 3.8. Barometer

Apabila berat jenis air raksa adalah γ, dan tekanan uap air raksa dan tekanan atmosfer adalah p_u dan p_a, maka :

$$p_a = h\gamma + p_u$$

Oleh karena tekanan uap air raksa pada temperatur 20°C adalah kecil, hanya $1{,}6\times10^{-6}\ kgf/cm^2$ $(0{,}16\ N/m^2)$, maka biasanya diabaikan, sehingga :

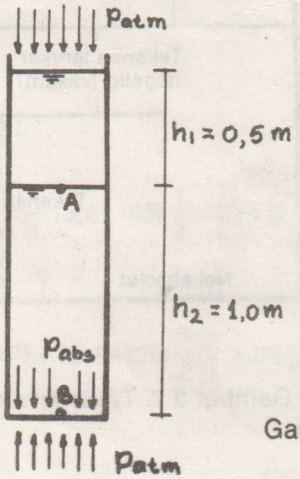
$$p_a = h\gamma$$

$$h = \frac{p_a}{\gamma} = 760 \text{ mm air raksa}$$

Tekanan atmosfer juga bisa dinyatakan dalam tinggi air, yang besarnya adalah 10,33 m.

Contoh 3

Suatu tabung berbentuk silinder dengan tinggi 1,5 meter dan luas tampang lintang 5 cm^2 diisi dengan air sampai pada ketinggian 1,0 meter dan sisanya diisi dengan minyak dengan rapat relatif 0,8. Tabung tersebut terbuka terhadap udara luar. Hitung tekanan terukur dan absolut pada dasar tabung dalam satuan SI dan tinggi air dan minyak. Hitung pula gaya pada dasar tabung. Tekanan atmosfer adalah 1,013 bar.



Gambar 3.9.

Penyelesaian

ρ_1: rapat massa minyak

ρ_2: rapat massa air

Tekanan terukur : $p=\rho gh$

Tekanan absolut : $p_{abs}=p+p_a$

a. Tekanan dalam satuan SI

$$p_A = \rho_1 g h_1 + p_a$$

$$p_B = p_A + \rho_2 g h_2 = \rho_2 g (h_2 + S h_1) + p_a$$

dengan S adalah rapat relatif.

$$p_a = 1{,}013\, bar. = 1{,}013 \times 10^5\, N/m^2$$

Tekanan terukur :

$$p_B = \rho_2 g\, (h_2 + S h_1) = 1000 \times 9{,}81 (1{,}0 + 0{,}8 \times 0{,}5) = 0{,}1373 \times 10^5\, N/m^2$$

Tekanan absolut :

$$p_B = 0{,}1373 \times 10^5 + 1{,}013 \times 10^5 = 1{,}1503 \times 10^5\, N/m^2$$

b. Tekanan dalam tinggi air dan minyak.

Tekanan terukur

$$p_B = \rho_2 g\, (h_2 + S h_1) \quad ----> \quad \frac{p_B}{\rho_2 g} = h_2 + S h_1$$

$$\frac{p}{\gamma_{air}} = (h_2 + S h_1) = 1{,}0 + 0{,}8 \times 0{,}5 = 1{,}4\, m\ air.$$

$$\frac{p}{\gamma_{minyak}} = \frac{(h_2 + S h_1)}{S} = \frac{1{,}4}{0{,}8} = 1{,}75\, m\ minyak.$$

Tekanan absolut

$$p_{abs} = p + p_a$$

$$\frac{p_a}{\gamma_{air}} = \frac{1{,}013 \times 10^5}{1000 \times 9{,}81} = 10{,}326\, m\ air$$

$$\frac{p_a}{\gamma_{minyak}} = \frac{10{,}326}{0{,}8} = 12{,}907\, m\ minyak$$

jadi :

$$\frac{p_{abs}}{\gamma_{air}} = 1{,}4 + 10{,}326 = 11{,}726\, m\ air$$

$$\frac{p_{abs}}{\gamma_{minyak}} = 1{,}75 + 12{,}907 = 14{,}657\, m\ minyak$$

c. Gaya pada dasar tabung

Pada permukaan dasar bagian dalam (yang berhubungan dengan air) bekerja tekanan absolut, sedang pada permukaan dasar bagian luar bekerja tekanan atmosfer. Dengan demikian gaya neto yang bekerja pada dasar adalah :

$$F = p_{abs} A - p_a A = p_{terukur} \times A$$

$$= 0{,}1373 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-4} = 6{,}865\, N.$$

3.6. Tekanan Dinyatakan Dalam Tinggi Zat Cair

Tekanan zat cair pada suatu titik dengan kedalaman h adalah :

$$p = \gamma h + p_a$$

Biasanya untuk mengukur tekanan digunakan tekanan atmosfer sebagai referensi, sehingga pada persamaan di atas p_a adalah nol,

$$p = \gamma h$$

Persamaan di atas dapat ditulis dalam bentuk :

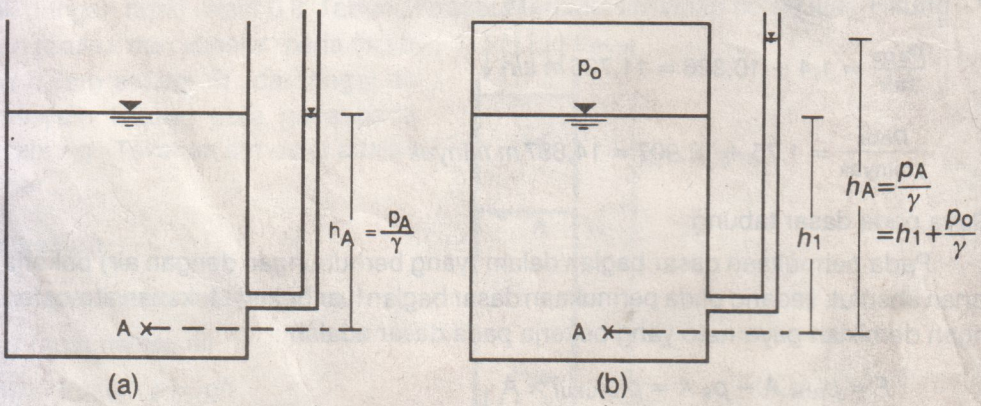
$$h = \frac{p}{\gamma} \qquad (3.13.a)$$

atau

$$h = \frac{p}{\rho g} \qquad (3.13.b)$$

Parameter h adalah penting di dalam mekanika fluida dan hidraulika, yang disebut dengan tinggi tekanan. Tinggi tekanan h menunjukkan kedalaman zat cair yang diperlukan oleh zat cair dengan berat jenis γ (rapat massa ρ) untuk menghasilkan tekanan p.

Gambar 3.10.a. adalah tangki terbuka berisi zat cair yang dihubungkan dengan tabung yang ujung atasnya berhubungan dengan udara luar (atmosfer). Dalam keadaan ini zat cair akan naik di dalam tabung sampai permukaannya sama dengan yang ada di dalam tangki. Tinggi kenaikan zat cair di dalam tabung dari suatu titik yang ditinjau A adalah h_A yang sama dengan p_A/γ, dengan p_A adalah tekanan zat cair pada titik tersebut. Nilai p_A adalah sama dengan kedalaman titik tersebut dari permukaan zat cair di dalam tangki kali berat jenis zat cair, $p_A = \gamma h_A$ ($p_A = \rho g h_A$). Dalam gambar 3.10.b. tangki adalah tertutup dan udara di atas permukaan zat cair di dalam tangki berada dalam tekanan (tekanan lebih besar dari tekanan atmosfer), yaitu sebesar p_o. Tekanan pada titik A yaitu p_A adalah sama dengan jumlah tekanan udara (p_o) ditambah tekanan yang disebabkan oleh zat cair di atas titik tersebut (p_1). Zat



Gambar 3.10. Tekanan dinyatakan dalam tinggi zat cair

cair di dalam tabung naik setinggi h_A yang sama dengan $(p_o + p_1)/\gamma$. Parameter h_o dan h_1 adalah tinggi tekanan untuk tekanan p_o dan p_1. Besar tekanan udara di atas zat cair adalah sama dengan selisih tinggi tekanan dikalikan dengan berat jenis zat cair, $\gamma(h_A - h_1)$ atau $\rho g(h_A - h_1)$.

Contoh 4

Hitung tinggi kolom zat cair dengan rapat relatif S = 0,8 yang menyebabkan tekanan sebesar 5 N/cm^2.

Penyelesaian

$$S = \frac{\rho_{zc}}{\rho_a} = 0{,}8 \quad ----> \quad \rho_{zc} = 0{,}8 \times 1000 = 800\ kg/m^3$$

$$p = 5\ N/cm^2 = 5 \times 10.000\ N/m^2 = 50.000\ N/m^2$$

$$p = \rho g h \quad ----> \quad 50.000 = 800 \times 9{,}81 \times h$$

$$h = 6{,}371\ m$$

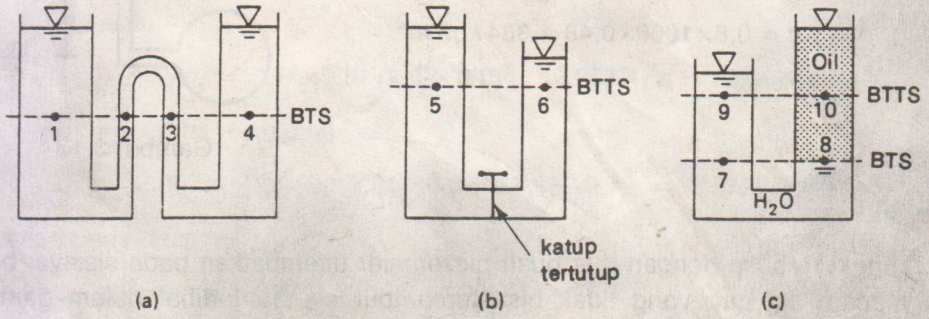
3.7. Manometer

Manometer adalah alat yang menggunakan kolom zat cair untuk mengukur perbedaan tekanan. Prinsip manometer adalah apabila zat cair dalam kondisi keseimbangan maka tekanan di setiap tempat pada bidang horisontal untuk zat cair homogen adalah sama. Beberapa macam manometer yang tergantung pada masing-masing penggunaannya akan dibicarakan dalam sub bab berikut ini.

3.7.1. Bidang dengan tekanan sama

Tekanan hidrostatis pada suatu titik di dalam zat cair tergantung pada jarak vertikal dari permukaan zat cair ke titik tersebut. Tekanan pada semua titik yang terletak pada bidang horisontal yang terendam di dalam zat cair mempunyai tekanan yang sama. Seperti yang ditunjukkan dalam gambar 3.11.a., titik 1, 2, 3, dan 4 mempunyai tekanan sama, dan bidang horisontal yang melalui titik-titik tersebut adalah bidang dengan tekanan sama. Dalam gambar 3.11.b., titik 5 dan 6 berada pada

BTS : Bidang dengan tekanan sama
BTTS : Bidang dengan tekanan tidak sama

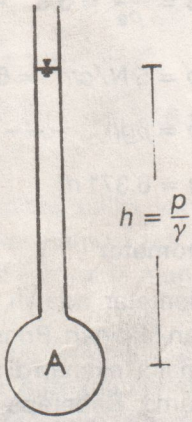


Gambar 5.11. Tekanan hidrostatis pada tangki

bidang horisontal, tetapi tekanan pada titik 5 dan 6 tidak sama, karena air di dalam kedua tangki tidak berhubungan. Gambar 3.11.c. menunjukkan tangki yang diisi dengan dua zat cair yang berbeda rapat massanya. Bidang horisontal yang melalui titik 7 dan 8 yang melalui batas antara kedua zat cair mempunyai tekanan yang sama, karena berat kolom zat cair tiap satuan luas di atas titik 7 dan 8 adalah sama; sedang bidang yang melalui titik 9 dan 10 adalah bukan bidang dengan tekanan sama.

3.7.2. Piezometer

Bentuk paling sederhana dari manometer adalah piezometer (gambar 3.12.) yang terdiri dari tabung gelas vertikal dengan ujung terbuka yang dihubungkan dengan ruangan (pipa) yang akan diukur tekanannya. Karena adanya perbedaan tekanan antara ruangan dan udara luar, maka zat cair di dalam tabung gelas akan naik sampai dicapai suatu keseimbangan. Tekanan diberikan oleh jarak vertikal h dari permukaan zat cair (di dalam tabung) ke titik yang diukur tekanannya, yang dinyatakan dalam tinggi zat cair.



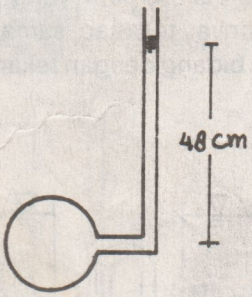
Gambar 3.12. Piezometer

Piezometer tidak dapat digunakan untuk mengukur tekanan negatip, karena udara akan masuk ke dalam ruangan melalui tabung. Selain itu alat ini tidak praktis untuk mengukur tekanan besar, karena diperlukan tabung vertikal yang sangat panjang. Apabila berat jenis zat cair adalah γ , maka tekanan di titik *A* adalah :

$$p_A = h\gamma$$

Contoh 5

Minyak (S = 0,8) berada di dalam pipa yang dihubungkan dengan piezometer seperti terlihat dalam gambar. Hitung tekanan dalam pipa.



Gambar 3.13

Penyelesaian

$$p = \gamma h = 0{,}8 \times 1000 \times 0{,}48 = 384\ kgf/m^2.$$

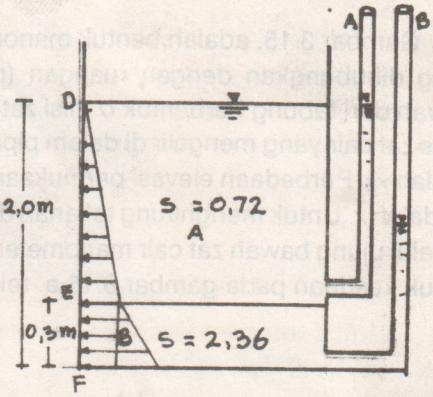
Contoh 6

Tangki terbuka dengan dua buah piezometer ditempatkan pada sisinya, berisi dua macam zat cair yang tidak bisa tercampur seperti terlihat dalam gambar. Berapakah elevasi permukaan zat cair pada piezometer *A* dan *B*. Hitung pula tekanan pada dinding dan dasar tangki.

Penyelesaian

a. Elevasi permukaan zat cair di piezometer *A* sama dengan di dalam tangki, yaitu 2 m.

b. Zat cair *B* akan naik di dalam piezometer *B* pada elevasi 0,3 m (hasil dari tekanan yang ditimbulkan oleh zat cair *B*) ditambah dengan tinggi tekanan yang ditimbulkan oleh zat cair *A*. Tinggi tekanan yang disebabkan oleh zat cair *A* dapat ditentukan dari persamaan berikut.



Gambar 3.14.

$$S_A = \frac{\rho_A}{\rho_{air}} \quad ----> \quad \rho_A = 0{,}72 \times 1000 = 720\ kg/m^3$$

$$p = \rho_A\, g\, h = 720 \times 9{,}81\ (2{,}0 - 0{,}3)$$

$$= 12.007{,}4\ N/m^2 = 12.007{,}4\ Pa = 12{,}00\ k\ Pa$$

Tinggi zat cair *B* yang naik di dalam piezometer *B* karena adanya tekanan zat cair *A* adalah :

$$S_B = \frac{\rho_B}{\rho_{air}} = 2{,}36$$

$$\rho_B = 2{,}36 \times 1000 = 2.360\ kg/m^3$$

$$h = \frac{p}{\rho_B\, g} = \frac{12.007{,}4}{2.360 \times 9{,}81} = 0{,}5186\ m$$

Jadi elevasi zat cair *B* di dalam piezometer *B* adalah :

$$h_B = 0{,}3 + 0{,}5186 = 0{,}8186\ m$$

c. Tekanan hidrostatis pada dinding dan dasar

Tekanan pada dinding

$$p_D = 0$$

$$p_E = \rho_A\, g\, h_A = 720 \times 9{,}81\ (2{,}0 - 0{,}3) = 12.007{,}4\ Pa = 12{,}0074\ k\ Pa$$

$$p_F = \rho_A\, g\, h_A + \rho_B\, g\, h_B$$

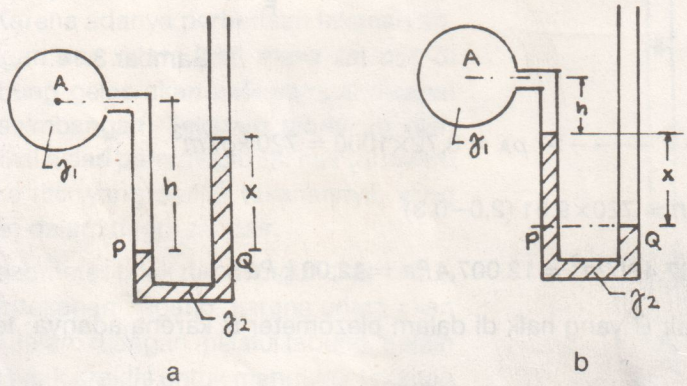
$$p_F = 12.007{,}4 + 2.360 \times 9{,}81 \times 0{,}3 = 18.952{,}9\ Pa = 18{,}9529\ k\ Pa$$

Tekanan pada dasar

$$p_{dasar} = p_F = 18{,}9529\ k\ Pa$$

3.7.3. Manometer Tabung U

Gambar 3.15. adalah bentuk manometer tabung *U*, yang terdiri dari tabung kaca yang dihubungkan dengan ruangan (pipa) yang akan diukur tekanannya. Bagian bawah dari tabung berbentuk *U* diisi zat cair dengan berat jenis besar. Misalkan berat jenis zat cair yang mengalir di dalam pipa adalah γ_1 dan berat jenis zat cair manometer adalah γ_2. Perbedaan elevasi permukaan zat cair manometer pada kedua kaki tabung *U* adalah *x*. Untuk menghitung tekanan di pusat pipa *A*, ditarik garis horisontal *PQ* yang melalui ujung bawah zat cair manometer (*P*) dan memotong kaki tabung yang lain (*Q*). Untuk keadaan pada gambar 3.15.a. tekanan pada *P* dan *Q* adalah sama.



Gambar 3.15. Manometer tabung U

$$h\gamma_1 + p_A = p_a + x\gamma_2$$

dengan p_a adalah tekanan atmosfer. Persamaan di atas dapat ditulis dalam bentuk :

$$p_A = p_a + x\gamma_2 - h\gamma_1 \qquad (3.12)$$

Apabila tekanan di dalam pipa (p_A) adalah lebih kecil dari tekanan atmosfer, maka zat cair manometer di dalam kaki tabung kiri (*P*) akan lebih tinggi (gambar 3.15.b). Berdasarkan persamaan keseimbangan pada kondisi tersebut, maka :

$$p_A + h\gamma_1 + x\gamma_2 = p_a$$

atau

$$p_A = p_a - h\gamma_1 - x\gamma_2 \qquad (3.13)$$

Contoh 7

Manometer tabung seperti terlihat dalam gambar 3.15.a. dengan rapat relatif zat cair di dalam pipa dan manometer adalah S_1=0,86 dan S_2=13,6; sedang h =90 *mm* dan x =50 *mm*. Hitung tekanan terukur p_A dalam tinggi air raksa dan N/m^2. Apabila tekanan barometer adalah 760 *mm Hg* (air raksa) berapakah tekanan absolut p_A dalam tinggi air, air raksa dan N/m^2.

Penyelesaian

Digunakan sistem satuan SI

Tekanan terukur,

$$p_A + h\gamma_1 = p_a + x\gamma_2$$

$$\frac{p_A}{\gamma} + h\,S_1 = \frac{p_a}{\gamma} + x\,S_2$$

$$\frac{p_A}{\gamma} + 90 \times 0{,}86 = 0 + 50 \times 13{,}6$$

$$\frac{p_A}{\gamma} = 602{,}6\,mm\ air = 0{,}6026\ m\ air$$

$$\frac{p_A}{\gamma_{air\ raksa}} = \frac{602{,}6}{13{,}6} = 44{,}309\ mm\ Hg = 0{,}0443\ m\ Hg$$

Apabila tekanan dinyatakan dalam N/m^2, maka :

$$p_A = 0{,}6026\ \rho\, g = 0{,}6026 \times 1000 \times 9{,}81 = 5.911{,}5\ N/m^2 = 5{,}9115\,k\,N/m^2$$

Tekanan absolut,

$$p_A + h\gamma_1 = p_a + x\gamma_2$$

$$\frac{p_A}{\gamma} + 90 \times 0{,}86 = 760 \times 13{,}6 + 50 \times 13{,}6$$

$$\frac{p_A}{\gamma} = 10.938{,}6\ mm\ air = 10{,}9386\ m\ air$$

$$\frac{p_A}{\gamma_{air\ raksa}} = \frac{10.938{,}6}{13{,}6} = 804{,}3\ mm\ Hg = 0{,}8043\ m\ Hg$$

$$p_A = 10{,}9386 \times 1000 \times 9{,}81 = 107.308\,N/m^2 = 107{,}308\,kN/m^2$$

Dalam contoh ini tekanan (terukur) di dalam pipa adalah positip.

Contoh 8

Soal seperti dalam contoh 7, untuk S_1=0,86 dan S_2=1,h=90 mm dan x=50 mm. Hitung tekanan terukur dan absolut p_A dalam kgf/cm^2.

Penyelesaian

Digunakan sistem satuan MKS

Tekanan terukur,

$$\frac{p_A}{\gamma} = \frac{p_a}{\gamma} + x\,S_2 - h\,S_1$$

$$= 0 + 50\times1 - 90\times0{,}86 = -27{,}4\,mm\ air = -0{,}0274\ m\ air$$

atau

$$p_A = -0{,}0274 \times 1000 = -27{,}4\,kgf/m^2 = -0{,}00274\,kgf/cm^2$$

Tekanan absolut,

$$\frac{p_A}{\gamma} = 760\times13{,}6 + 50\times1 - 90\times0{,}86 = 10.308{,}6\,mm\ air = 10{,}3086\,m\ air$$

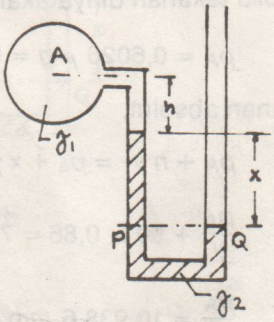
atau

$$p_A = 10{,}3086 \times 1000 = 10.308{,}6\,kgf/m^2 = 1{,}03\,kgf/cm^2$$

Dalam contoh ini tekanan terukur adalah negatip, yang berarti tekanan di dalam pipa lebih kecil dari satu atmosfer.

Contoh 9

Manometer tabung *U* seperti terlihat dalam gambar digunakan untuk mengukur tekanan di dalam pipa yang berisi air (S_1=1). Manometer tersebut berisi air raksa (S_2=13,6). Apabila h = 20 *mm* dan x = 50 *mm*. Hitung tekanan di dalam pipa.



Gambar 3.16

Penyelesaian

Persamaan keseimbangan untuk kondisi seperti dalam gambar.

Tekanan terukur,

$$p_a = p_A + h\gamma_1 + x\gamma_2$$

$$\frac{p_A}{\gamma_{air}} = \frac{p_a}{\gamma_{air}} - h\,S_1 - x\,S_2$$

$$= 0 - 20\times1 - 50\times13{,}6 = -700\,mm\ air = -\,0{,}7\,m\ air$$

atau

$$p_A = -\,0{,}7\rho\,g = -\,0{,}7\times1000\times9{,}81 = -6.867\,N/m^2 = -6{,}87\,kN/m^2$$

Tekanan di dalam pipa adalah negatip (lebih kecil dari satu atmosfer).

Tekanan absolut,

$$\frac{p_A}{\gamma} = 760\times13{,}6 - 20\times1 - 50\times13{,}6 = 9.636\,mm\ air = 9{,}636\,m\ air$$

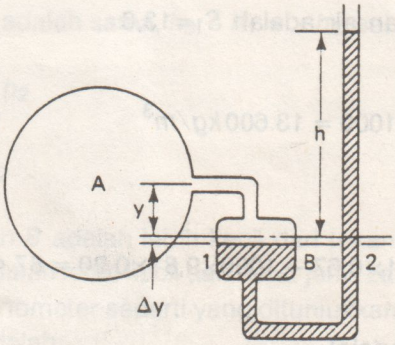
atau

$$p_A = 9{,}636\rho\,g = 9{,}636\times1000\times9{,}81 = 94.529\,N/m^2 = 94{,}529\,kN/m^2$$

3.7.4. Manometer Mikro

Pada manometer tabung *U*, seperti yang dijelaskan di atas, memerlukan pembacaan elevasi zat cair di kedua kaki tabung manometer. Perubahan tekanan di tangki (pipa) yang diukur tekanannya menyebabkan penurunan permukaan zat cair di satu kaki tabung dan kenaikan pada tabung yang lain.

Dengan mengganti salah satu kaki manometer dengan suatu tangki dengan luas tampang lintang yang besar dibanding dengan tabung yang lain, maka pembacaan dapat dilakukan pada satu tabung. Manometer ini dikenal dengan manometer mikro (*micromanometer*), seperti yang ditunjukkan dalam gambar 3.17.



Gambar 3.17. Manometer mikro

Karena perbandingan yang besar antara tangki dan tabung manometer, penurunan elevasi permukaan yang kecil pada tangki akan menyebabkan kenaikan kolom zat cair yang besar pada kaki tabung *U*. Kenaikan tekanan akan menyebabkan penurunan permukaan zat cair di dalam tangki sebesar Δy, sehingga :

$$A\,\Delta y = a\,h \qquad (3.14)$$

dengan *A* dan *a* adalah luas tampang tangki dan tabung manometer. Persamaan kesetimbangan terhadap bidang yang melalui permukaan zat cair di dalam tangki :

$$\gamma_A\,(y+\Delta y) + p_A = \gamma_B\,(h+\Delta y) \qquad (3.15)$$

Substitusi persamaan (3.14) ke dalam persamaan (3.15)

$$\gamma_A\,(y+\frac{a}{A}\,h) + p_A = \gamma_B\,(h+\frac{a}{A}\,h)$$

$$p_A = \gamma_B\,(h+\frac{a}{A}\,h) - \gamma_A\,(y+\frac{a}{A}\,h) \qquad (3.16)$$

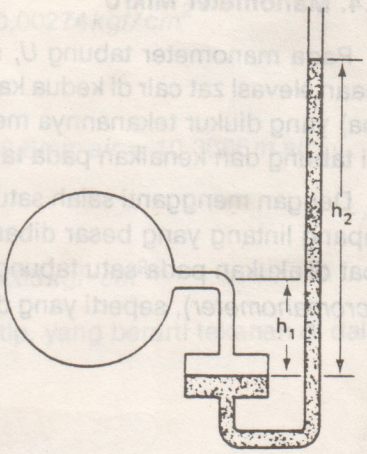
Dalam persamaan (3.16) parameter *A*, *a*, *y*, γ_A, dan γ_B telah diketahui, sehingga dengan pembacaan nilai *h* akan dapat dihitung tekanan p_A.

Apabila perbandingan *A*/*a* sangat besar maka parameter Δy dapat diabaikan, sehingga persamaan (3.16) menjadi :

$$p_A = \gamma_B\,h - \gamma_A\,y \qquad (3.17)$$

Contoh 10

Manometer berisi air raksa seperti tergambar digunakan untuk mengukur tekanan di dalam pipa yang mengalirkan air. Berapakah tekanan pipa apabila $h_1=20\,cm$ dan $h_2=67\,cm$? Luas tampang tangki jauh lebih besar dari kaki tabung.



Gambar 3.18.

Penyelesaian

Digunakan sistem satuan SI

Rapat relatif air raksa dan air adalah $S_1=13{,}6$ dan $S_2=1$, sehingga :

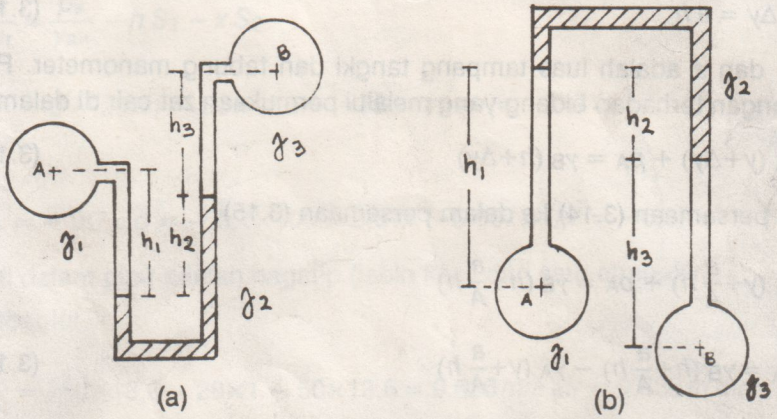
$$\rho_1=S\,\rho_2 = 13{,}6\times1000 = 13.600\,kg/m^3$$

$$\rho_2 = 1000\,kg/m^3$$

$$p_A = 13.600\times9{,}81\times0{,}67 - 1000\times9{,}81\times0{,}20 = 87.427\,N/m^2$$

3.7.5. Manometer Diferensial

Manometer diferensial digunakan untuk mengukur perbedaan antara dua tekanan yang tidak diketahui besarnya. Gambar 3.19. adalah manometer diferensial yang dihubungkan pada dua buah pipa yang akan diukur perbedaan tekanannya. Alat ini bisa juga digunakan untuk mengukur perbedaan tekanan antara bagian hulu dan leher venturimeter.



Gambar 3.19. Manometer diferensial

Untuk keadaan pada gambar 3.19.a., apabila berat jenis zat cair di dalam pipa *A* dan *B* adalah γ_1 dan γ_3, sedang berat jenis zat cair manometer adalah γ_2, maka pada kondisi keseimbangan berlaku :

$$p_A + h_1\ \gamma_1 = h_2 \gamma_2 + h_3\ \gamma_3 + p_B$$

atau

$$p_A - p_B = h_2\ \gamma_2 + h_3\ \gamma_3 - h_1\ \gamma_1 \qquad (3.18)$$

Apabila $\gamma_1 = \gamma_3$, maka :

$$p_A - p_B = h_2\ \gamma_2 + (h_3 - h_1)\ \gamma_1 \qquad (3.19)$$

Jika dinyatakan dalam tinggi zat cair,

$$h_A - h_B = \frac{p_A - p_B}{\gamma_1} = (h_3 - h_1) + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} h_2 \qquad (3.20)$$

Apabila elevasi pipa *A* dan *B* adalah sama, $h_3 - h_1 = -h_2$, sehingga :

$$h_A - h_B = -\ h_2 + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} h_2$$

$$h_A - h_B = (\frac{\gamma_2}{\gamma_1} - 1)\ h_2 \qquad (3.21)$$

Apabila tekanan di *A* dan *B* adalah lebih kecil dari tekanan atmosfer dan berat jenis zat cair manometer γ_2 adalah lebih kecil dari berat jenis zat cair yang melalui pipa *A* dan *B*, maka digunakan manometer seperti yang ditunjukkan dalam gambar 3.19.b. Persamaan keseimbangan adalah:

$$p_A - h_1 \gamma_1 = p_B - h_2 \gamma_2 - h_3 \gamma_3$$

$$p_A - p_B = h_1 \gamma_1 - h_2 \gamma_2 - h_3 \gamma_3 \qquad (3.22)$$

Kepekaan manometer diferensial tergantung pada perbedaan berat jenis γ_1 dan γ_2.

Contoh 11

Manometer diferensial seperti terlihat dalam gambar 3.19.a. Pipa *A* dan *B* berisi air ($S_1 = S_3 = 1$) sedang manometer berisi air raksa ($S_2 = 13{,}6$); $h_1 = 25\ cm$, $h_2 = 15\ cm$ dan $h_3 = 50\ cm$. Hitung perbedaan tekanan antara pipa *A* dan *B*. Apabila tekanan (terukur) $p_A = 1{,}0\ kgf/cm^2$ hitung tekanan di *B* dalam tinggi air.

Penyelesaian

Digunakan sistem satuan MKS.

Pada kondisi keseimbangan,

$$p_A + h_1 \gamma_1 = p_B + h_2 \gamma_2 + h_3 \gamma_3$$

atau

$$\frac{p_A - p_B}{\gamma_{air}} = h_2 S_2 + h_3 S_3 - h_1 S_1$$

$$= 0{,}15 \times 13{,}6 + 0{,}5 \times 1 - 0{,}25 \times 1 = 2{,}29\ m\ air$$

atau

$$p_A - p_B = 2{,}29\gamma = 2{,}290 \times 1000 = 2.290\, kgf/m^2$$

Tekanan di B

$$p_A = 1{,}0\, kgf/cm^2 = 1{,}0 \times 10.000 = 10.000\, kgf/m^2$$

$$p_B = p_A - 2.290 = 10.000 - 2.290 = 7.710\, kgf/m^2$$

Contoh 12

Manometer terbalik seperti ditunjukkan dalam gambar 3.19.b. berisi minyak dengan rapat relatif S_2=0,75 menghubungkan dua buah pipa yang mengalirkan air (S_1=S_3=1). Apabila h_1=20 *cm*, h_2=10 *cm*, h_3=5 *cm* dan tekanan di pipa *A* adalah 1,5 *m* air; hitung tekanan pipa *B* dalam tinggi air dan N/cm^2.

Penyelesaian

Digunakan sistem satuan SI.

Kondisi keseimbangan,

$$p_A - h_1\gamma_1 = p_B - h_2\gamma_2 - h_3\gamma_3$$

Persamaan di atas dapat ditulis menjadi :

$$p_A - p_B = h_1\gamma_1 - h_2\gamma_2 - h_3\gamma_3$$

$$\frac{p_A - p_B}{\gamma_{air}} = h_1 S_1 - h_2 S_2 - h_3 S_3$$

$$= 0{,}2 \times 1 - 0{,}1 \times 0{,}75 - 0{,}05 \times 1 = 0{,}075\ m\ air$$

$$\frac{p_B}{\gamma_{air}} = \frac{p_A}{\gamma_{air}} - 0{,}075 = 1{,}5 - 0{,}075 = 1{,}425\, m\ air$$

$$p_B = \gamma_{air}\, h = \rho_{air}\, g\, h = 1000 \times 9{,}81 \times 1{,}425 = 13.979\, N/m^2$$

$$= 13.979 \times \frac{1}{10.000} = 1{,}398\, N/cm^2$$