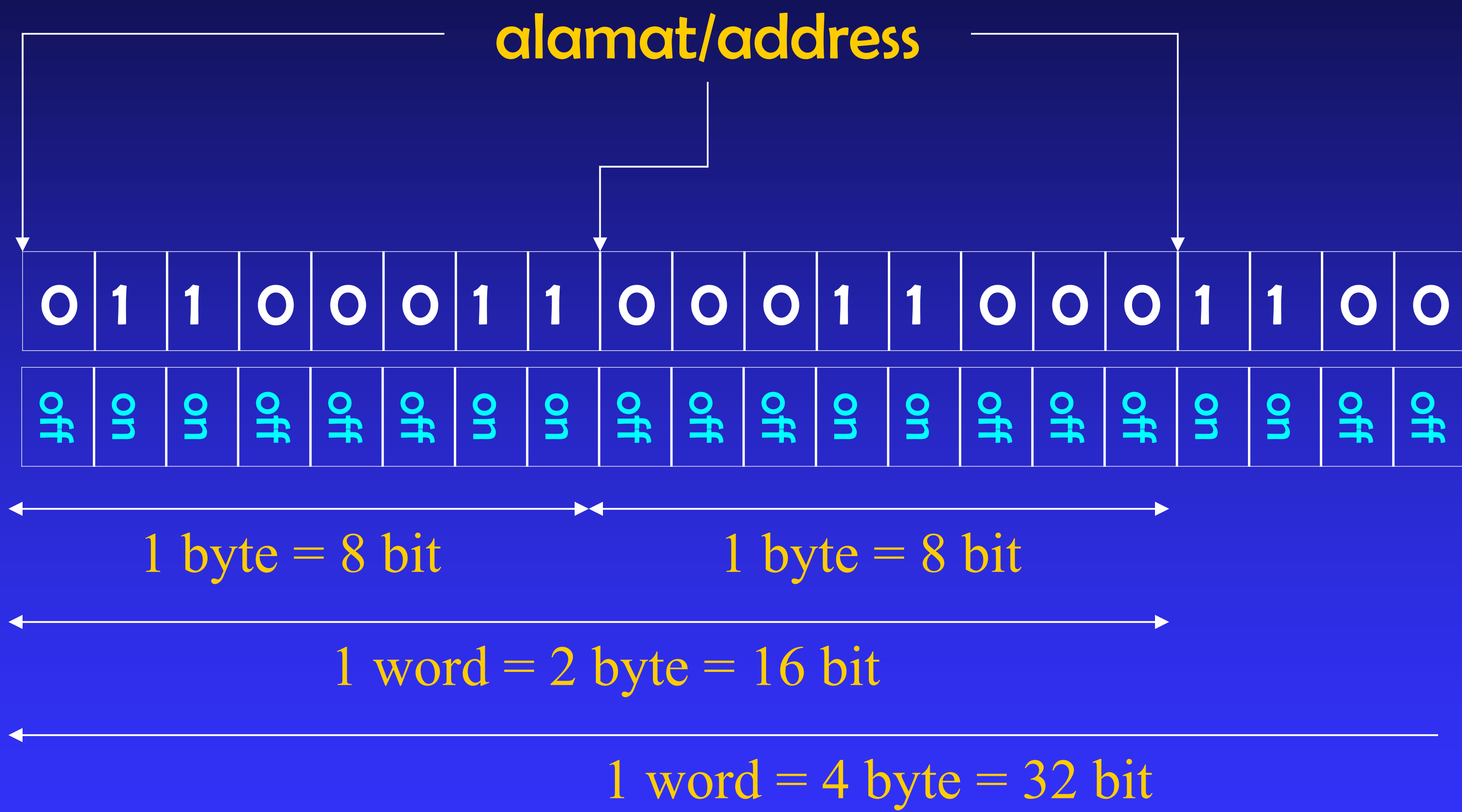
Ir. Djoko Luknanto, M.Sc., Ph.D.
mailto: Luknanto@ugm.ac.id

Metoda Numerik

Bilangan dan Error

Sistem binari: 0 1



Ir. Djoko Luknanto, M.Sc., Ph.D.
mailto:Luknanto@ugm.ac.id

Sistem bilangan

- Sistem bilangan yang biasa kita gunakan adalah sistem bilangan desimal atau basis 10, yaitu menggunakan 10 angka untuk membentuk bilangan.
- Nilai angka dalam bilangan tergantung letaknya dalam bilangan tersebut

Ir. Djoko Luknanto, M.Sc., Ph.D.
mailto:Luknanto@ugm.ac.id

Sistem bilangan desimal

- Angka yang digunakan: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
- 485
  - angka 4 diinterpretasikan sebagai 4 ratusan
  - angka 8 diinterpretasikan sebagai 8 puluhan
  - angka 5 diinterpretasikan sebagai 5 satuan
- Dalam bentuk panjang
  - $(4 \times 100) + (8 \times 10) + (5 \times 1)$
  - $(4 \times 10^2) + (8 \times 10^1) + (5 \times 10^0)$

Ir. Djoko Luknanto, M.Sc., Ph.D.
mailto:Luknanto@ugm.ac.id

Sistem bilangan binari

- Angka yang digunakan: 0,1
- 101_2
  - $(1 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (1 \times 2^0)$
  - $(1 \times 4) + (0 \times 2) + (1 \times 1)$
  - = 5 (desimal)
- 111010_2
  - $(1 \times 2^5) + (1 \times 2^4) + (1 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (0 \times 2^0)$
  - $(1 \times 32) + (1 \times 16) + (1 \times 8) + (0 \times 4) + (1 \times 2) + (0 \times 1)$
  - = 58 (desimal)

Ir. Djoko Luknanto, M.Sc., Ph.D.
mailto:Luknanto@ugm.ac.id

Sistem bilangan octal

- Angka yang digunakan: 0,1,2,3,4,5,6,7
- 1703_8
  - $(1 \times 8^3) + (7 \times 8^2) + (0 \times 8^1) + (3 \times 8^0)$
  - $(1 \times 512) + (7 \times 64) + (0 \times 8) + (3 \times 1)$
  - = 963 (desimal)

Ir. Djoko Luknanto, M.Sc., Ph.D.
mailto:Luknanto@ugm.ac.id

Sistem bilangan hexadecimal

- Angka yang digunakan: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A(10),B(11),C(12), D(13), E(14),F(15)
- $5E4_{16}$
  - $(5 \times 16^2) + (E \times 16^1) + (4 \times 16^0)$
  - $(5 \times 256) + (14 \times 16) + (4 \times 1)$
  - = 1508 (desimal)

Ir. Djoko Luknanto, M.Sc., Ph.D.
mailto:Luknanto@ugm.ac.id

Representasi numeris sistem bilangan

Desimal	Binari	Octal	Hexadesimal
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12

Ir. Djoko Luknanto, M.Sc., Ph.D.
mailto:Luknanto@ugm.ac.id

Penyimpan data

- Integer (bilangan utuh)
  - disimpan dalam memori 1 word
  - andaikan bilangan utuh 58 ($=111010_2$) akan disimpan dalam komputer 1 word = 16 bit
  - maka 16 bit harus digunakan untuk menyimpannya sbb:

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0

Ir. Djoko Luknanto, M.Sc., Ph.D.
mailto:Luknanto@ugm.ac.id

Bilangan real/pecah, desimal

- Representasi bilangan real/pecah tidak berbeda jauh dengan bilangan utuh.
- Angka di kiri tanda pecahan dikalikan dengan pangkat positif dari 10.
- Angka di kanan tanda pecahan dikalikan dengan pangkat negatif dari 10.
- Jadi 56.317, direpresentasikan sebagai:
  - $(5\times10^{1}) + (6\times10^{0}) + (3\times10^{-1}) + (1\times10^{-2}) + (7\times10^{-3})$

Ir. Djoko Luknanto, M.Sc., Ph.D.
mailto:Luknanto@ugm.ac.id

Bilangan real/pecah, binari

- Angka di kiri tanda pecahan dikalikan dengan pangkat positif dari 2.
- Angka di kanan tanda pecahan dikalikan dengan pangkat negatif dari 2.
- Jadi 110.101, direpresentasikan sebagai:
  - $(1 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (0 \times 2^0) + (1 \times 2^{-1}) + (0 \times 2^{-2}) + (1 \times 2^{-3})$
  - $4 + 2 + 0 + 0.5 + 0 + 0.125 = 6.625_{10}$

Ir. Djoko Luknanto, M.Sc., Ph.D.
mailto:Luknanto@ugm.ac.id

Error pembulatan

- kita tinjau bilangan desimal 0.7, yang representasi binarinya adalah $(0.1011001100110011 0...)_2$ dengan blok 0110 berulang tanpa henti.
- Jika dihentikan pada bit ke 24 dan dipotong yaitu $(0.101100110011001100110 01)_2$ sama dengan $0.699999928474426 3_{10}$
- Jika dihentikan pada bit ke 24 dan dibulatkan yaitu $(0.101100110011001100110 10)_2$ sama dengan $0.700000047683715 9_{10}$

Ir. Djoko Luknanto, M.Sc., Ph.D.
mailto:Luknanto@ugm.ac.id

Nilai nol (ε) sebuah komputer

- Unit pembulatan adalah suatu bilangan δ terkecil yang bersifat

$$1 + \delta > 1$$

- Nilai nol suatu komputer adalah bilangan positip ε terkecil dimana berlaku

$$1 + \varepsilon = 1$$

Ir. Djoko Luknanto, M.Sc., Ph.D.
mailto:Luknanto@ugm.ac.id

... nilai nol (ε) sebuah komputer ...

- Secara praktis ε dan δ dihitung sebagai berikut

```
        ε = 1.0
10      ε = ε / 2.0
        if (1.0 + ε .gt. 1.0) goto 10
        δ = ε * 2.0
```

- Contoh dengan Excel

Ir. Djoko Luknanto, M.Sc., Ph.D.
mailto:Luknanto@ugm.ac.id

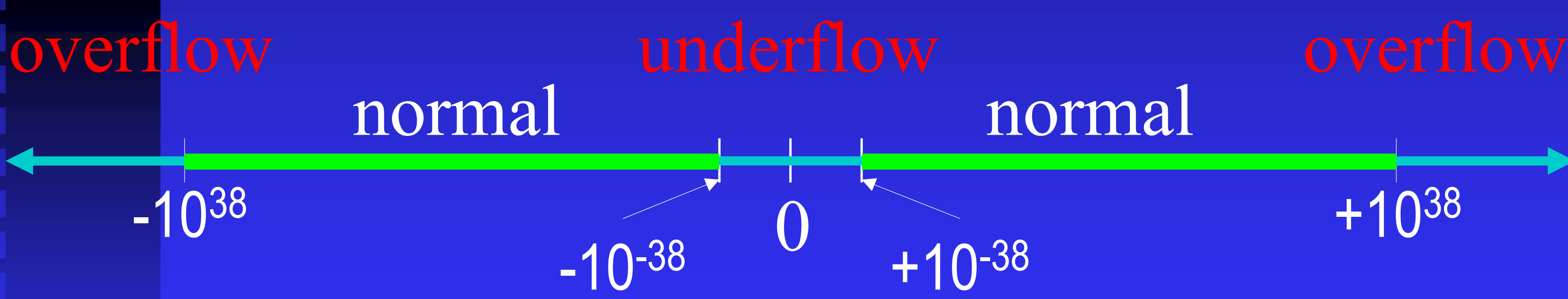
Overflow dan underflow

- Overflow terjadi jika bagian eksponen dari suatu bilangan real terlalu besar untuk disimpan dalam memori.
- Untuk single precision: eksponen 8 bit akan membatasi kisaran bilangan diantara -10^{38} s/d $+10^{38}$.
- Underflow terjadi jika bagian eksponen dari suatu bilangan real terlalu kecil untuk disimpan dalam memori.
- Untuk single precision: eksponen 8 bit akan membatasi kisaran bilangan diantara -10^{-38} s/d $+10^{-38}$.

Ir. Djoko Luknanto, M.Sc., Ph.D.
mailto:Luknanto@ugm.ac.id

… over- dan under- flow

- Overflow dan underflow untuk bilangan single precision (eksponen 8 bit)



Ir. Djoko Luknanto, M.Sc., Ph.D.
mailto:Luknanto@ugm.ac.id

Definisi dan Asal Error

- Dalam penyelesaian sebuah masalah
  - jawaban sejati, x_T
  - jawaban pendekatan, x_A ← ini yang diperoleh

  maka *Error* $(x_A) = x_T - x_A$
- Untuk banyak keperluan *error* relatif dari x_A yang dibutuhkan

$$Rel(x_A) = \frac{x_T - x_A}{x_T}$$

Ir. Djoko Luknanto, M.Sc., Ph.D.
mailto:Luknanto@ugm.ac.id

Contoh

- Misal $x_T = e = 2.7182818...$, didekati dengan nilai $x_A = 19/7 = 2.7142857 ...$
- Jadi:
  - *Error* $(x_A) = 0.003996...$
  - *Relatif* $(x_A) = 0.00147...$

Ir. Djoko Luknanto, M.Sc., Ph.D.
mailto:Luknanto@ugm.ac.id

Angka Signifikan

- Nilai x_A dikatakan mempunyai *m* angka signifikan terhadap x_T, jika *Error* (x_A) mempunyai nilai ≤ 5 pada angka ke ($m + 1$) dihitung ke kanan dari angka non-zero didalam x_T.
- Contoh:

$$x_T = \frac{1}{3} = 0.33333\ldots \qquad x_A = 0.333$$

Ir. Djoko Luknanto, M.Sc., Ph.D.
mailto:Luknanto@ugm.ac.id

Berapa angka yang signifikan?

$$x_T = \frac{1}{3} = 0.33333\ldots \qquad \left|x_T - x_A\right| = 0.00033$$

1 4

- dimulai dari non-zero dari x_T
- dicari angka ≤ 5 pada *Error* (x_A)
- ternyata terletak pada angka 3 dalam *error* → terletak pada angka ke 4
- Jadi dikatakan x_A mempunyai 3 angka signifikan

Ir. Djoko Luknanto, M.Sc., Ph.D.
mailto:Luknanto@ugm.ac.id