

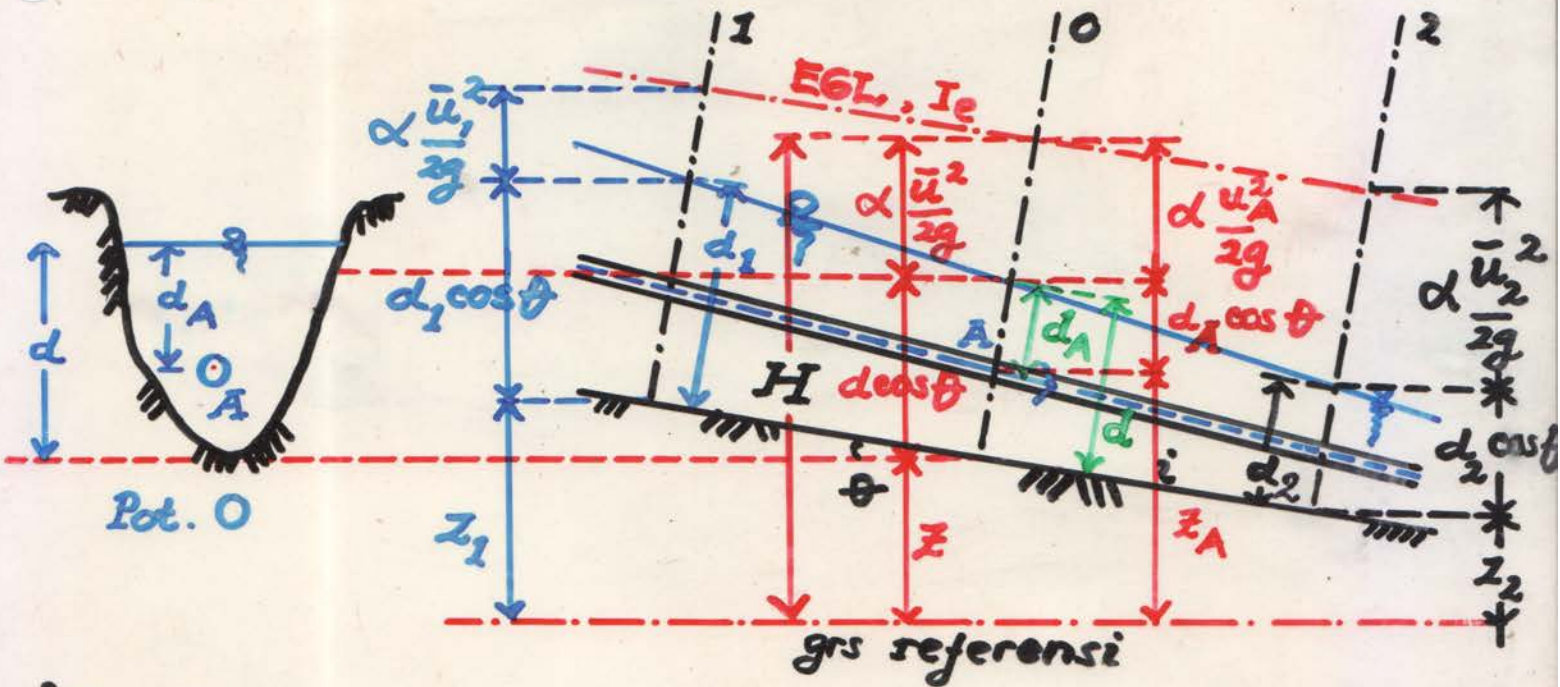
kuliah
Open Channel
Flow

Djoko Luknanto

1983

Energi dan Momentum

I. Energi pada saluran terbuka.



Secara umum :

Tinggi tenaga total $H = z + d \cos \theta + \alpha \frac{\bar{u}^2}{2g}$

- dimana
- H = tinggi tenaga total
 - z = tinggi tempat thd grs referensi
 - d = dlm air
 - θ = sudut dsr sal. thd horizontal
 - \bar{u} = kecep. rata rata.
 - $\alpha \frac{\bar{u}^2}{2g}$ = tinggi kecepatan.

Spesifik Energi. y_i tinggi tenaga pada sembarang tampang diukur dari dsr sal. atau
 y_i tenaga tiap satuan berat air pada sembarang tampang diukur dari dsr sal.

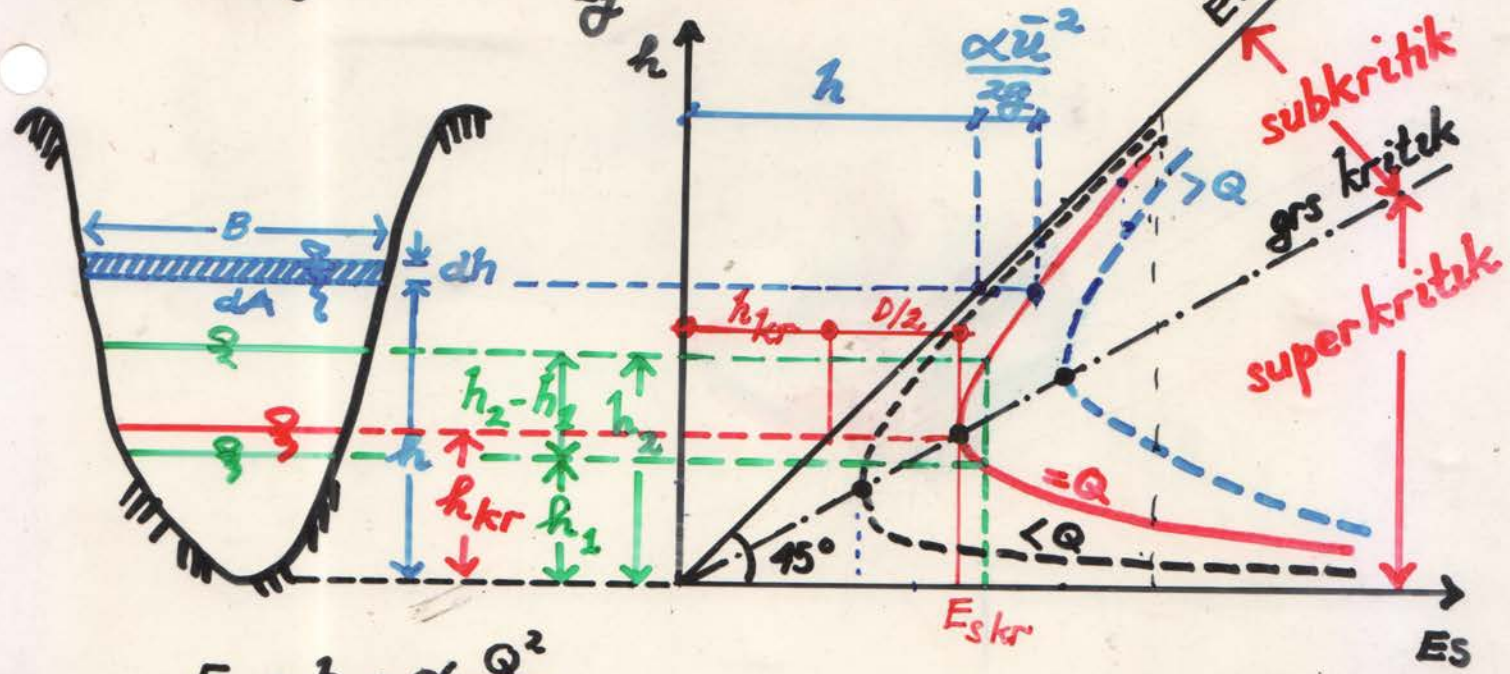
Rumus : $E_s = d \cos \theta + \alpha \frac{\bar{u}^2}{2g}$

Jika $\theta \approx 0 \rightarrow d = h$ dan $\cos \theta \approx 1$

15

maka :

$$E_s = h + \alpha \frac{\bar{u}^2}{2g}$$

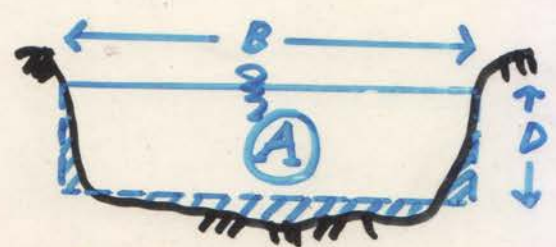


$$E_s = h + \alpha \frac{Q^2}{2gA^2}$$

Jika E_s digambar terhadap h , maka grafiknya berupa hiperbola dgn :

- a. asimtot miring $E_s = h$
- b. asimtot datar $A = 0 \rightarrow h = 0$; sb E_s

$$\begin{aligned} \frac{dE_s}{dh} &= 1 + \frac{dQ^2}{2g} \frac{d}{dh} (A^{-2}) \\ &= 1 - \frac{\alpha Q^2}{gA^3} \frac{dA}{dh} \quad (\text{lihat gbr kiri}) \\ &= 1 - \frac{\alpha Q^2 B}{gA^3} \\ &= 1 - \frac{\alpha \bar{u}^2}{g \frac{A}{B}} \end{aligned}$$



$D = \text{hydraulic mean depth} = \frac{A}{B}$

Jadi
$$\frac{dE_s}{dh} = 1 - \frac{\alpha \bar{u}^2}{gD}$$

Jika $\frac{dE_s}{dh} = 0$, maka tinggi air pada keadaan ini (16) dinamai tinggi air kritis atau d.p.l pada tinggi air kritis (h_{kr}) spesifik energi adalah minimum

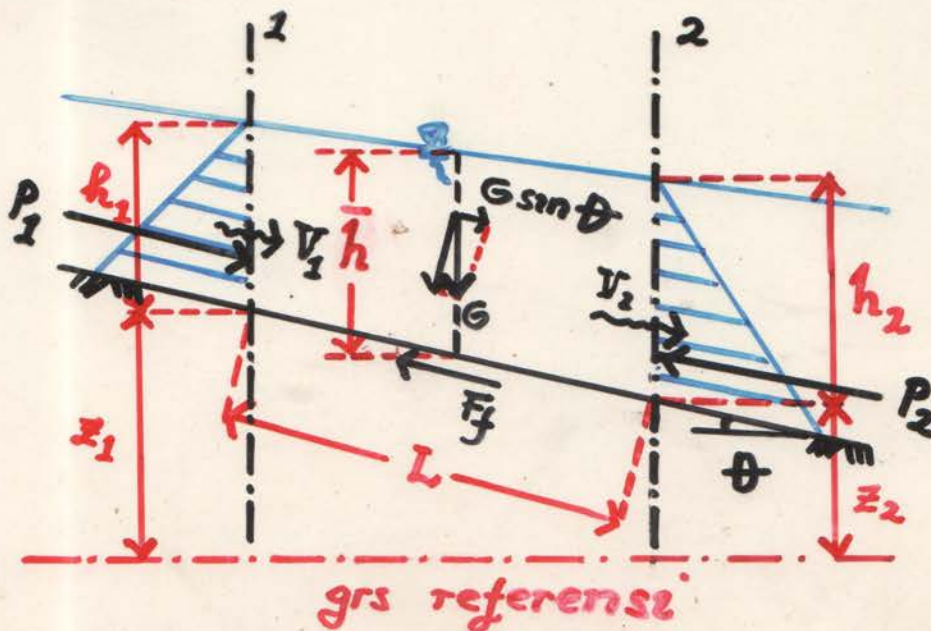
$$\therefore \frac{\alpha \bar{u}^2}{2g} = \frac{D}{2} \longrightarrow \frac{\alpha \bar{u}^2}{gD} = 1 \longrightarrow \frac{\bar{u}}{\sqrt{gD/\alpha}} = 1 \longrightarrow Fr = 1$$

$$\therefore E_{kr} = h_{kr} + \frac{D}{2}$$

Dari gambar hub. E_s dan h terlihat bahwa pada suatu harga E_s terdapat 2 pasangan h yaitu posisi bawah h_1 dan posisi atas h_2 . Kedua pasangan h ini disebut Alternate depth atau Conjugate depth.

Tampak pula pd gbr diatas perubahan aliran dari aliran subkritis menjadi superkritis selalu melalui h_{kr} , demikian pula sebaliknya.

II. Momentum pada saluran terbuka.



Seperti telah disebut diatas bahwa momentum suatu aliran tiap satuan waktu adalah (17)

$$M = \frac{\beta Q \bar{u}}{g}$$

Menurut Newton : perubahan momentum tiap satuan waktu dari partikel air yang mengalir sama dengan resultant semua gaya yg bekerja pd partikel air tsb

$$\frac{Q\bar{u}}{g} (\beta_2 \bar{u}_2 - \beta_1 \bar{u}_1) = P_1 - P_2 + G \sin \theta - F_f$$

dimana :

P_1 & P_2 gaya tekan yg bekerja pd pot. 1 & 2

G berat air antara pot. 1 & 2

F_f gaya total : gaya gesek + gaya tahanan yg bekerja pd bid. kontak antara dsr & air

Gaya Spesifik.

Jika prinsip momentum diterapkan pada saluran prismaatik yg relatif pendek dan horisontal, maka pengaruh F_f dan G bisa diabaikan. Shg dgn $\theta = 0$, $F_f = 0$ dan asumsi $\beta_1 = \beta_2 = 1$, maka

$$\begin{aligned} \frac{Q\bar{u}}{g} (\bar{u}_2 - \bar{u}_1) &= P_1 - P_2 \\ &= \gamma z_1 A_1 - \gamma z_2 A_2 \end{aligned}$$

maka

$$\frac{Q^2}{gA_1} + z_1 A_1 = \frac{Q^2}{gA_2} + z_2 A_2$$

dimana :

z_1 & z_2 , titik berat potongan 1 & 2 diukur dari muka air

A_1 & A_2 , luas potongan 1 & 2

18

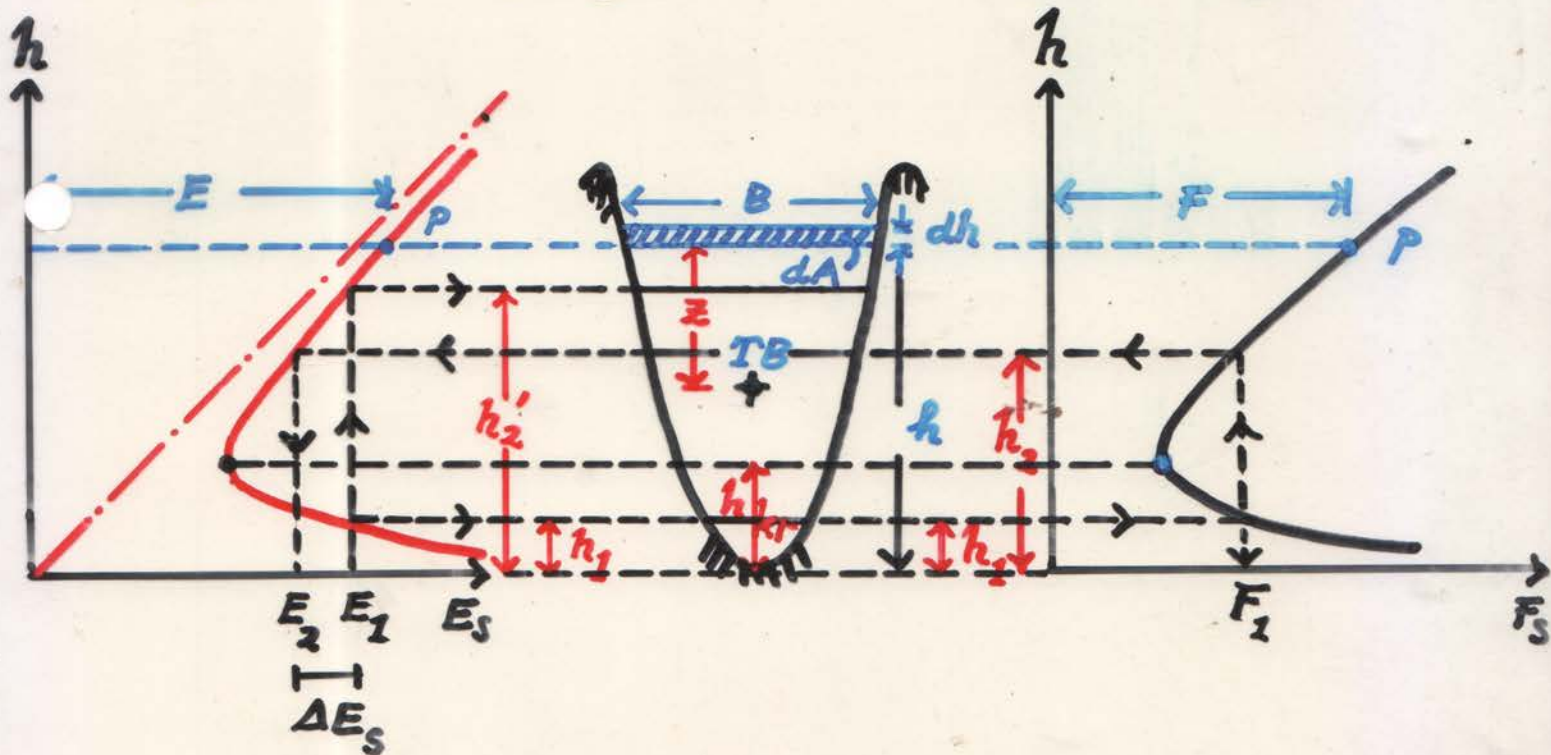
Ruas kiri dan ruas kanan dari pers diatas adalah serupa, bisa ditulis sbb :

$$F_s = \frac{Q^2}{gA} + zA$$

Pers diatas t.a 2 suku :

- suku pertama adalah momentum partikel air yg mengalir mell. sal. tiap satuan berat jenis air
- suku kedua adalah gaya tekan air tiap satuan berat jenis air.

Jadi kedua suku tsb merupakan gaya tiap satuan berat jenis air yang disebut Gaya Spesifik.



$$\frac{dF}{dh} = -\frac{Q^2}{gA^2} \cdot \frac{dA}{dh} + \frac{d(zA)}{dh}$$

$\frac{d(zA)}{dh}$ artinya jika air berubah dh, berapa perubahan letak TB air x (A + dA)

- dicari dengan momen pot. saluran thd muka air.

maka $d(zA) = \{A(z+dh) + B(dh)^2/2\} - zA$

$(dh)^2 \ll 0 \rightarrow d(zA) = A dh$

Jadi $\frac{dF}{dh} = -\frac{Q^2}{gA^2} B + A$
 $= -\frac{\bar{u}^2 B}{g} + A$

F_s minimum jika $\frac{dF}{dh} = 0 \rightarrow \frac{\beta \bar{u}^2}{2g} = \frac{A}{2B}$

$\therefore \frac{\beta \bar{u}^2}{2g} = \frac{D}{2}$

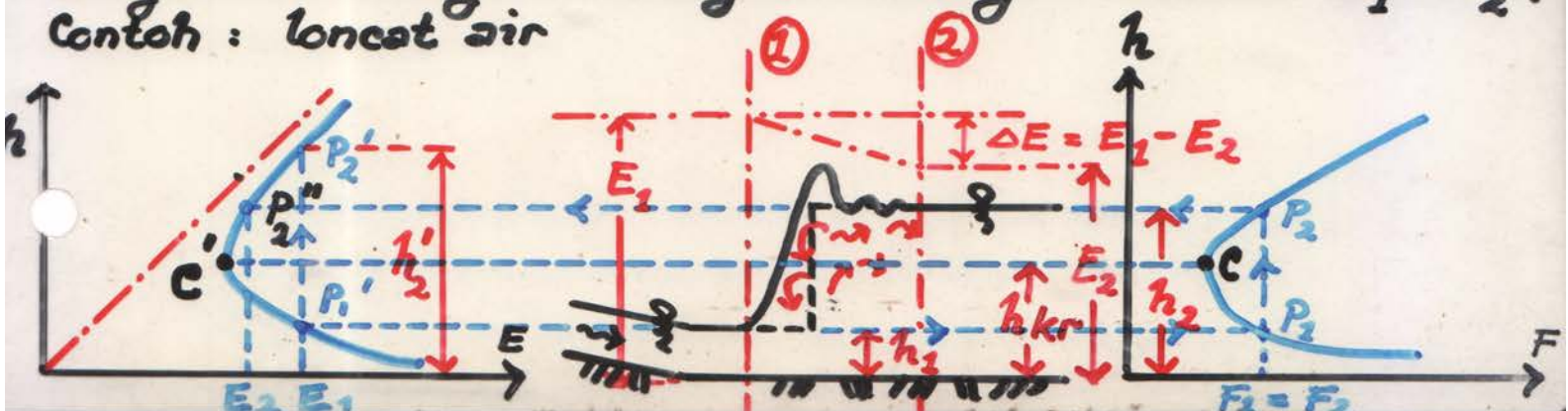
Ternyata kriteria ini persis sama dengan kriteria pada Spesifik Energi. Sehingga F_s minimum terjadi pada h_{kr} . Jadi pada h_{kr} , E_s dan F_s minimum.

Perbandingan antara kurva E_s dan F_s

Lihat gbr diatas. Pada suatu harga $E_s = E_1$, kurva E_s menunjukkan bahwa 2 kedlm air yg mempunyai $E_s = E_1$ yi h_1 & h_2' . Utk harga $F_s = F_1$; analog diatas terdpt 2 kedlm air dg $F_s = F_1$ yi h_1 & h_2 , dimana h_1 terletak pada daerah superkritik; h_2 & h_2' dlm daerah subkritik. Kedua kurva ini menunjukkan bahwa ternyata h_2 selalu lebih rendah dp h_2' , sehingga $E_2 < E_1$

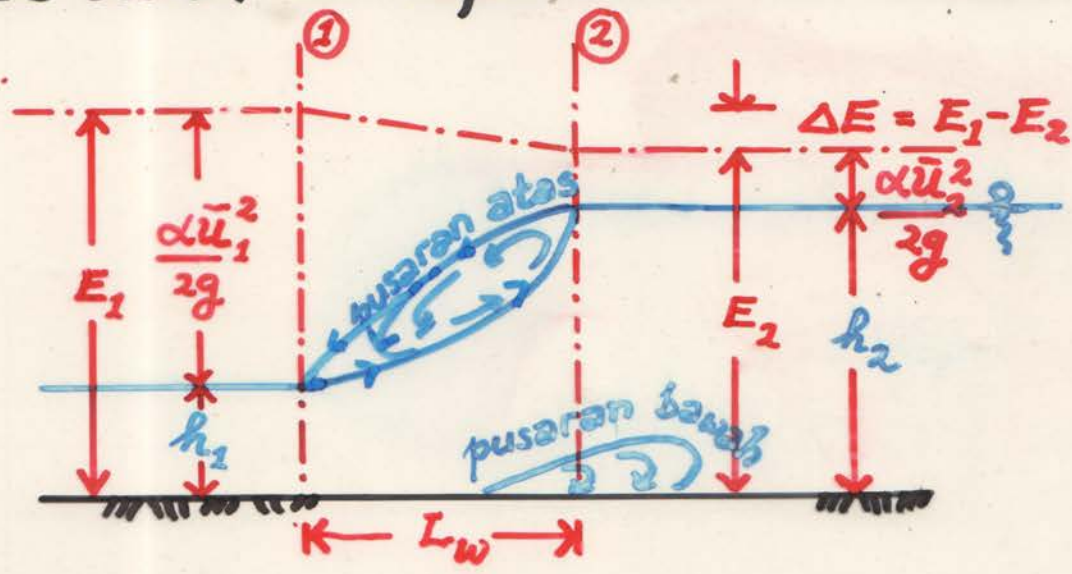
Oleh karena itu untuk menjaga suatu harga F_1 yg konstan, dalam air dapat berubah dari h_1 ke h_2 dengan kehilangan sebagian energi sebesar $E_1 - E_2$.

Contoh: loncat air



Rumus Umum Loncat Air

Dari gambar diatas terlihat bahwa loncat air terjadi bila aliran dr P_1 menjadi P_2 melalui titik kritis C' . Jadi loncat air terjadi jika terdapat perubahan sifat aliran dr superkritis ke subkritis (mell. h_{kr})



Dari gbr pd halaman depan (contoh loncat air) terlihat bahwa :

Hubungan h_1 & h_2 dengan mudah terlihat dg syarat

$$F_1 = F_2$$

$$\frac{\beta Q_1^2}{g A_1^3} + z_1 A_1 = \frac{\beta Q_2^2}{g A_2^3} + z_2 A_2 \quad \dots (1)$$

Pada saluran dengan dinding vertikal

$$q = \frac{Q}{B} ; A = Bh$$

$$\frac{\beta Q_1^2}{g B h_1^3} - \frac{\beta Q_2^2}{g B h_2^3} = \frac{1}{2} h_2 \cdot B h_2 - \frac{1}{2} h_1 \cdot B h_1$$

$$\frac{2\beta Q^2}{g B^2} \left(\frac{h_2 - h_1}{h_1 h_2} \right) = (h_2 + h_1)(h_2 - h_1)$$

$$h_1 h_2 (h_1 + h_2) = \frac{2\beta q^2}{g} \rightarrow \text{pers. simetris}$$

Jadi secara teoritis kedudukan h_1 & h_2 simetris thd. loncat air, h_1 & h_2 disebut :

- sequent depth (h_2) & initial depth (h_1)
- conjugate depth.
- tinggi pasangan.

Secara explicit :

$$(h_2) h_1^2 + (h_2)^2 h_1 - \frac{2\beta q^2}{g} = 0$$

$$h_2 = \frac{-h_1^2 + \sqrt{h_1^4 + 8h_1 \beta q^2 / g}}{2h_1}$$

$$= \frac{1}{2} h_1 \left(\sqrt{1 + \frac{8\beta q^2}{g h_1^3}} - 1 \right)$$

Jadi :

$$h_2 = \frac{1}{2} h_1 \left(\sqrt{1 + \frac{8\beta q^2}{g h_1^3}} - 1 \right)$$

Dari bab Spesifik Energi didapat bahwa pada h_{kr} :

$$\frac{d\bar{u}^2}{2g} = \frac{D}{2}$$

dimana D = hydraulic mean depth = $\frac{A}{B}$

Untuk saluran persegi $D = h_{kr}$ dan $\bar{u} = \frac{q}{h}$.

$$\frac{\alpha q^2}{g h_{kr}^2} = h_{kr} \rightarrow \frac{\alpha q^2}{g} = h_{kr}^3$$

Jika $\alpha = \beta$ maka $\beta q^2 / g = h_{kr}^3$

Didapat

$$h_2 = \frac{1}{2}h_1 \left(\sqrt{1 + \left(\frac{2h_{kr}}{h_1}\right)^3} - 1 \right)$$

Utk kepentingan similarity, mengingat bahwa pada fenomena loncat air pengaruh gaya berat adalah yg terpenting, kadang² pers. diatas dinyatakan sbg fungsi bil. Fr.

$$Fr_1 = \frac{\bar{u}_1}{\sqrt{gh_1}} \rightarrow Fr_1^2 = \frac{q^2}{gh_1^3}$$

Jika $\beta \approx 1$, maka

$$h_2 = \frac{1}{2}h_1 \left(\sqrt{1 + 8 Fr_1^2} - 1 \right)$$

Tinggi Tenaga yg hilang pd Loncat Air

Tinggi tenaga yang hilang $\Delta E_s = E_{s1} - E_{s2}$

$$\Delta E_s = \left(h_1 + \frac{\alpha \bar{u}_1^2}{2g} \right) - \left(h_2 + \frac{\alpha \bar{u}_2^2}{2g} \right)$$

$$= h_1 - h_2 + \frac{\alpha q^2}{g} \left(\frac{1}{2h_1^2} - \frac{1}{2h_2^2} \right)$$

$$= h_1 - h_2 + \frac{\alpha q^2}{g} \left(\frac{h_2^2 - h_1^2}{2h_1^2 h_2^2} \right)$$

$$= h_1 - h_2 + \frac{(h_1 + h_2)(h_2 - h_1)}{2h_1^2 h_2^2} \frac{\alpha q^2}{g}$$

Jika $\alpha \approx \beta$

$$\Delta E_s = h_1 - h_2 + \frac{(h_1 + h_2)(h_2 - h_1)}{2h_1^2 h_2^2} \cdot \frac{h_1 h_2 (h_1 + h_2)}{2}$$

$$= h_1 - h_2 + \frac{(h_1 + h_2)(h_2^2 - h_1^2)}{4h_1 h_2}$$

$$\Delta E_s = \frac{(4h_1^2 h_2 - 4h_1 h_2^2 - h_1^3 + h_2 h_2^2 - h_1^2 h_2 + h_2^3)}{4h_1 h_2} \quad (23)$$

$$= \frac{h_2^3 - 3h_2^2 h_1 + 3h_2 h_1^2 - h_1^3}{4h_1 h_2}$$

Jadi

$$\Delta E_s = \frac{(h_2 - h_1)^3}{4h_1 h_2}$$

Panjang Loncat Air (l_w)

Panjang Loncat Air (l_w) adalah jarak dari titik tepat di hulu (didepan) pusaran s/d titik tepat di hilir (di-belakang) pusaran (lihat gbr didepan)

Panjang Loncat Air tidak dihitung berdasarkan teori, melainkan dihitung dari hasil penyelidikan.

Rumus 2 :

1. Noyceki (1931)

$$\frac{l_w}{h_2 - h_1} = e - 0,05 \frac{h_2}{h_1} \quad \text{dimana } e = 8$$

2. Smetana (1933)

$$\frac{l_w}{h_2 - h_1} = e \quad ; \quad \text{dln praktik } e = 6$$

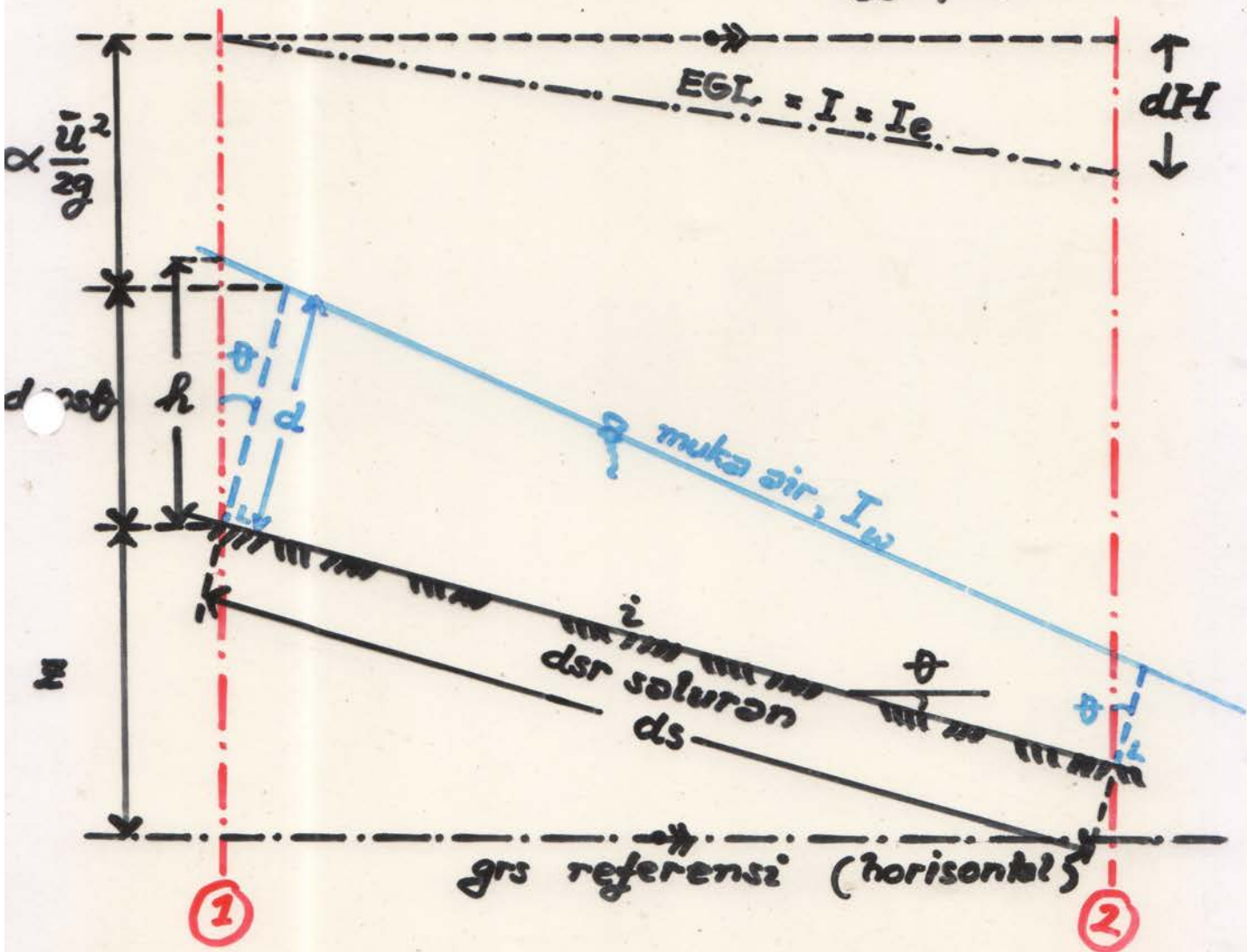
dari laboratorium di Yogya didapat $e = 4,5-7$

dimana l_w = panj. loncat air
 h_2, h_1 conjugate depth

Pengaliran Permanen Tidak Beraturan (PPTB) / Steady Non Uniform Flow.

Asumsi :

Walaupun \bar{u} tidak tetap (krn non uniform) dianggap kecepatan berubah ber-angsur² sehingga tidak ada kerugian tenaga akibat perubahan kecepatan mendadak. Serat aliran dianggap paralel.



Untuk setiap titik dlm aliran berlaku bahwa tinggi tenaga total :

$$H = z + d \cos \theta + \alpha \frac{\bar{u}^2}{2g}$$

Jadi :
$$\frac{dH}{ds} = \frac{dz}{ds} + \cos \theta \frac{dd}{ds} + \alpha \frac{d}{ds} \left(\frac{\bar{u}^2}{2g} \right)$$

Perjanjian :

1. Slope = sin (sudut)
2. $i = - dz/ds$, $I = - dH/ds$

Pers. diatas menjadi :

$$-I = -i + \cos \theta \frac{dd}{ds} + \alpha \frac{d}{ds} \left(\frac{\bar{u}^2}{2g} \right)$$

Akan dijabarkan menjadi bentuk :

$$I - \cos \theta \frac{dd}{ds} = I + \alpha \frac{d}{ds} \left(\frac{\bar{u}^2}{2g} \right)$$

Jika $\theta \approx 0$ maka $\cos \theta \approx 1$
 $dd \approx dh$

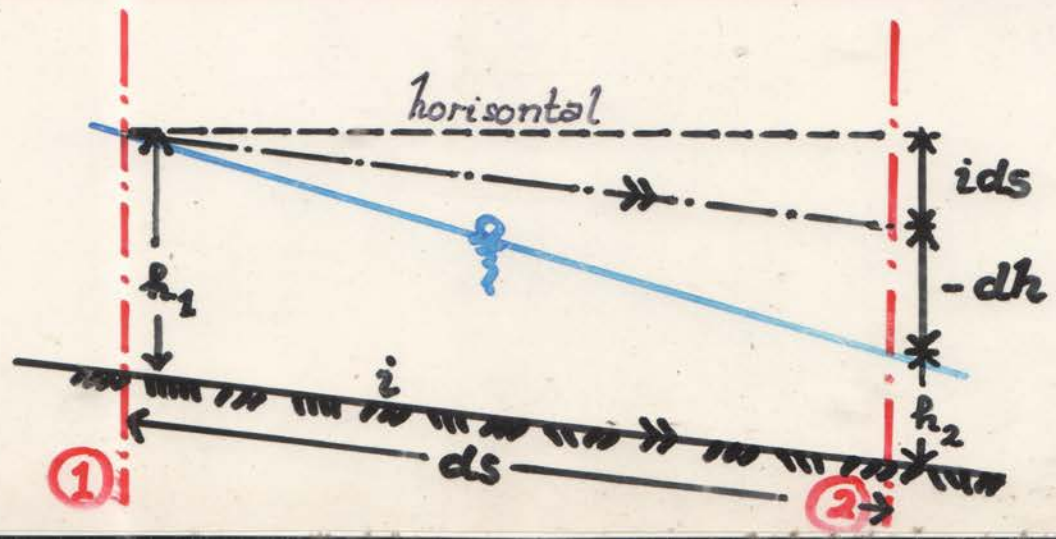
Pers. diatas menjadi

$$i - \frac{dh}{ds} = I + \alpha \frac{d}{ds} \left(\frac{\bar{u}^2}{2g} \right)$$

$$ids - dh = \frac{\bar{u}^2}{C^2 R} \cdot ds + \alpha d \left(\frac{\bar{u}^2}{2g} \right)$$

$$ids - dh = \frac{P}{A} \cdot \frac{\bar{u}^2}{C^2} ds + \alpha d \left(\frac{\bar{u}^2}{2g} \right)$$

pers PPTB



Catatan: Pers. PPTB di atas pada PPB menjadi rumus Chezy :

$$\bar{u}_1 = \bar{u}_2 \rightarrow d\bar{u} = 0 ; h_1 = h_2 \rightarrow dh = 0, \text{ shg}$$

$$i ds - 0 = \frac{P}{A} \cdot \frac{\bar{u}^2}{C^2} \cdot ds + 0$$

Jadi : $\bar{u} = C \sqrt{Ri}$

Contoh pemakaian pers PPTB di atas adalah untuk menghitung debit sungai (lihat diktat !)

I $-I = -i + \cos \theta \cdot \frac{dd}{ds} + \alpha \frac{d}{ds} \left(\frac{\bar{u}^2}{2g} \right)$

$$i - I = \cos \theta \cdot \frac{dd}{ds} + \alpha \frac{d}{dd} \left(\frac{\bar{u}^2}{2g} \right) \cdot \frac{dd}{ds}$$

$$\frac{dd}{ds} = \frac{i - I}{\cos \theta + \alpha \frac{d}{dd} \left(\frac{\bar{u}^2}{2g} \right)} \dots (1)$$

pers. PPTB !
(umum) !

Jika $\theta = 0 \rightarrow d = h$
 $\cos \theta = 1$

Jadi pers. 1 :

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - I}{1 + \alpha \frac{d}{dh} \left(\frac{\bar{u}^2}{2g} \right)} \dots (2)$$

$$\alpha \frac{d}{dh} \left(\frac{\bar{u}^2}{2g} \right) = \alpha \frac{d}{dh} \left(\frac{Q^2}{A^2} \cdot \frac{1}{2g} \right)$$

$$= \frac{\alpha Q^2}{2g} \left(-2 A^{-3} \frac{dA}{dh} \right)$$

$$= - \frac{\alpha Q^2}{g A^3} \cdot B \rightarrow \text{dimana } B = \text{lebar muka air !}$$

pers 2 menjadi :

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - I}{1 - \frac{\alpha Q^2 B}{g A^3}} \dots (3)$$

(27)

Rumus Chezy: $\bar{u} = c\sqrt{RI}$

$$I = \frac{\bar{u}^2}{c^2 R} \rightarrow I = \frac{5\bar{u}^2}{R} \text{ dimana } J = \frac{1}{c^2}$$

pers 3 menjadi:

$$\frac{dh}{ds} = i \left\{ \frac{1 - \frac{5Q^2}{iA^2R}}{1 - \frac{\alpha Q^2 B}{gA^3}} \right\}$$

Resume rumus² PPTB

1. Rumus Umum:

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - I}{\cos \theta + \alpha \frac{d}{ds} \left(\frac{\bar{u}^2}{2g} \right)}$$

2. Jika $\theta \approx 0$, maka rumus umum menjadi:

$$a. \quad i ds - dh = \frac{P}{A} \frac{\bar{u}^2}{c^2} ds + \alpha d \left(\frac{\bar{u}^2}{2g} \right)$$

$$b. \quad \frac{dh}{ds} = i \left\{ \frac{1 - \frac{5Q^2 P}{iA^3}}{1 - \frac{\alpha Q^2 B}{gA^3}} \right\}$$

!!

Rumus 2b. paling sering dipakai, berlaku untuk semua profil saluran.

Untuk profil saluran tertentu rumus PPTB nya dapat diturunkan dari rumus 2b.

Tinjauan thd $\frac{dh}{ds}$:

1. $dh/ds = 0$, berarti h konstan \rightarrow Peng. Perm. Beraturan dalam air pada keadaan ini dinamakan dalam air setimbang = tinggi air normal (= H)

Syarat :

$$1 - \frac{\sum Q^2 P}{i A^3} = 0 \rightarrow \frac{\sum \bar{u}^2}{i} = \frac{A}{P} \rightarrow \bar{u}^2 = \frac{1}{5} R i$$

Ini tidak lain adalah rumus Chezy :

$$\bar{u} = c \sqrt{R i}$$

Jadi h normal (= H) terjadi jika :

$$\frac{A^3}{P} = \frac{\sum Q^2}{i} \dots (1)$$

2. $dh/ds = \infty$, berarti grs singgung pada permukaan air berdirinya \perp pada dasar.

Dalam praktek hal tsb tidak mungkin terjadi. yg mungkin terjadi misalnya loncat air.

Syarat :

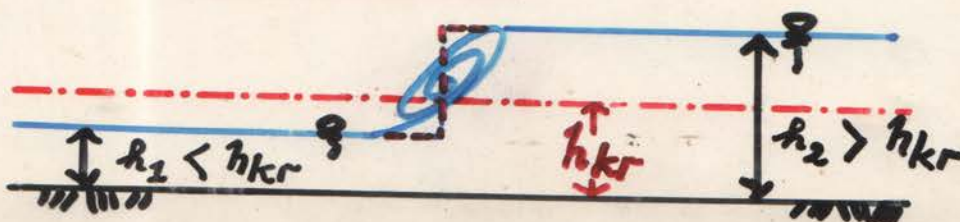
$$1 - \frac{\alpha Q^2 B}{g A^3} = 0 \rightarrow \frac{\alpha \bar{u}^2}{g} = \frac{A}{B} \rightarrow \frac{\alpha \bar{u}^2}{2g} = \frac{D}{2}$$

dari bab Specific Energi didpt bahwa :

$$\frac{\alpha \bar{u}^2}{2g} = \frac{D}{2} \rightarrow \text{tercapai pada } h \text{ kritis.}$$

Jadi h kritis (= dalam air batas = h_{kr}) terjadi jika

$$\frac{A^3}{B} = \frac{\alpha Q^2}{g} \dots (2)$$



3. $dh/ds = 0$, seakan akan terjadi pengaliran permanen beraturan dg $h_{kr} = H$

ifat pengalirannya tidak stabil. (**u -hot diktat !!**)

Pada keadaan ini kemiringan dasar saluran disebut i kritis. Dari keadaan no 1 & 2 diatas didapat

$$\left. \begin{aligned} 1. \frac{A^3}{P} &= \frac{5Q^2}{i} \\ 2. \frac{A^3}{B} &= \frac{\alpha Q^2}{g} \end{aligned} \right\} \frac{P}{B} = \frac{i\alpha}{5g} \rightarrow \boxed{i_{kr} = \frac{5g}{\alpha} \cdot \frac{P_{kr}}{B_{kr}}}$$

Kecepatan Kritis (u_{kr})

$$u_{kr} = \frac{Q}{A_{kr}} \rightarrow u_{kr}^3 = \frac{Q^3}{A_{kr}^3}$$

dari pers (2) didapat: $\frac{A_{kr}^3}{B} = \frac{\alpha Q^2}{g}$

$$\boxed{\bar{u}_{kr} = \sqrt[3]{\frac{g}{\alpha} \cdot \frac{Q}{B_{kr}}}}$$

Jika $\bar{u} > \bar{u}_{kr}$ → pengaliran disebut meluncur = super-critical flow.

Pada h normal:

$$\bar{u}_n > \bar{u}_{kr} \rightarrow \frac{Q}{A_n} > \frac{Q}{A_{kr}} \text{, jadi: } \frac{A_{kr}}{A_n} > 1$$

sehingga: $\boxed{h_{kr} > H}$

$$P_{kr} > P_n$$

$$i = \frac{5Q^2 P_n}{A_n^3} = \frac{5Q^2 P_{kr}}{A_{kr}^3} \cdot \underbrace{\left(\frac{A_{kr}}{A_n}\right)^3}_{>1} \cdot \left(\frac{P_n}{P_{kr}}\right)$$

Sehingga $i > \frac{5Q^2 P_{kr}}{A_{kr}^3}$

dari pers (2) $\left. \begin{aligned} \frac{Q^2}{A_{kr}^3} &= \frac{g}{\alpha} \cdot \frac{1}{B_{kr}} \end{aligned} \right\} i > \frac{5g}{\alpha} \cdot \frac{P_{kr}}{B_{kr}} \rightarrow \boxed{i > i_{kr}}$

Jika $\bar{u} < u_{kr}$ → pengaliran disebut mengalir = sub-critical flow

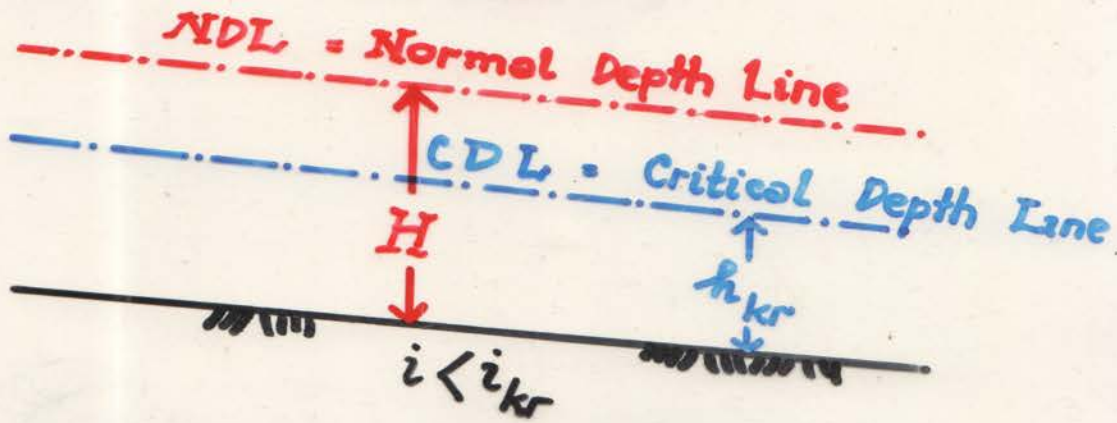
Inalog diatas

$$i < i_{kr}, H > h_{kr}$$

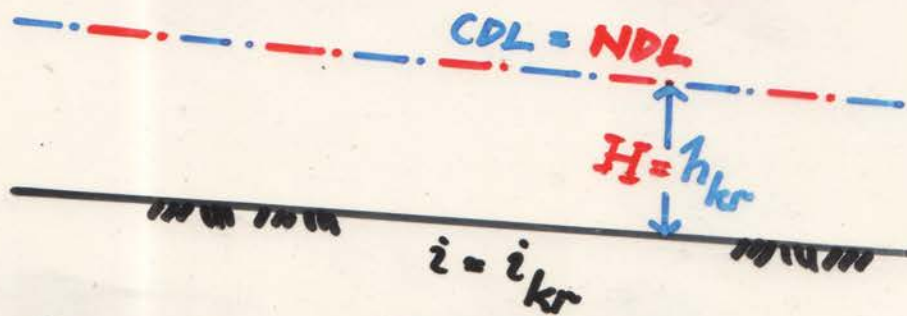
↳ mild slope

Resume i saluran :

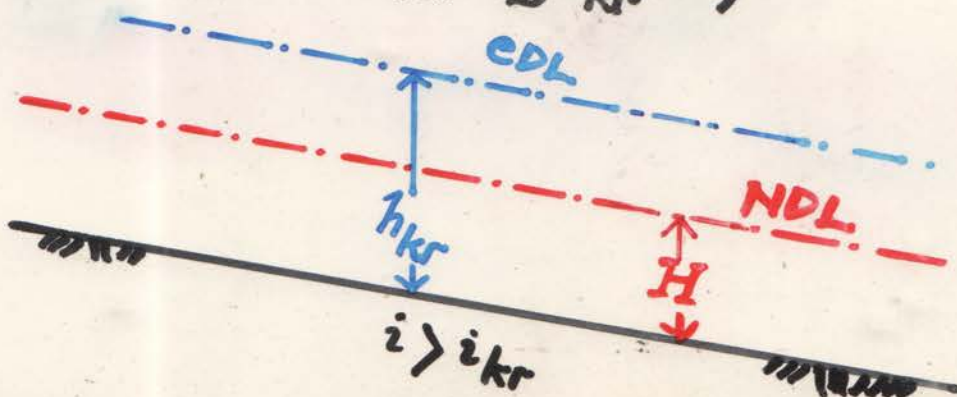
1. Mild slope ($\frac{5g}{id} \cdot \left(\frac{P}{B}\right)_{kr} > 1$)



2. Critical slope ($\frac{5g}{id} \cdot \left(\frac{P}{B}\right)_{kr} = 1$)



3. Steep slope ($\frac{5g}{id} \cdot \left(\frac{P}{B}\right)_{kr} < 1$)



Rumus PPTB utk berbagai bentuk saluran

Rumus umum PPTB (berlaku utk sembarang profil)

$$\frac{dh}{ds} = i \left\{ \frac{1 - \frac{SQ^2 \cdot P}{iA^3}}{1 - \frac{\alpha Q^2 \cdot B}{gA^3}} \right\} \dots (A)$$

dimana :

- dh = selisih dalam air antara 2 potongan saluran
- ds = jarak antara 2 potongan saluran
- i = kemiringan dasar saluran
- S = $\frac{1}{C^2}$, C adalah koefisien Chezy.
- Q = debit saluran
- P = kell. basah
- A = luas basah
- α = koef. Coriolis
- g = gravitasi
- B = lebar muka air

atau $S = \frac{n^2}{R^{1/3}}$
 n = koef. Manning

h normal (= H), jika :

$$\frac{A^3}{P} = \frac{SQ^2}{i} \dots (I)$$

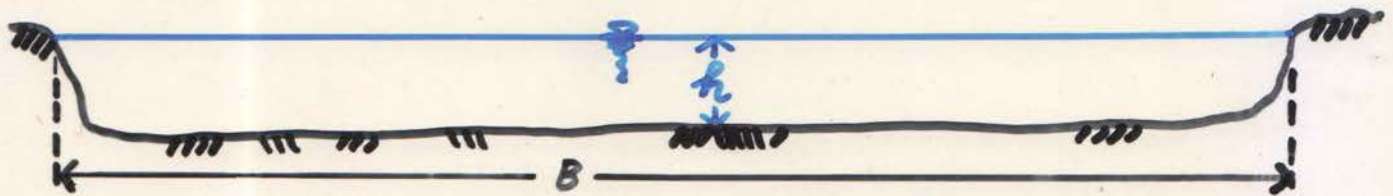
h_{kr} jika :

$$\frac{A^3}{B} = \frac{\alpha Q^2}{g} \dots (II)$$

$u_{kr}^3 = \frac{gQ}{\alpha B_{kr}}$	$u_{kr}^2 = \frac{gA_{kr}}{\alpha B_{kr}}$... (III)
---------------------------------------	--	-----------

$$i_{kr} = \frac{Sg}{\alpha} \cdot \frac{P_{kr}}{B_{kr}} \dots (IV)$$

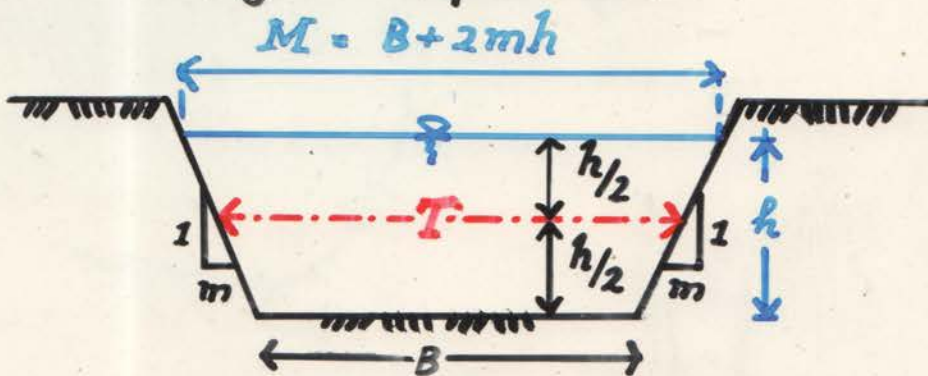
Profil Saluran dg $B = \infty$, $B \gg h$



Debit tiap satuan lebar $q = \frac{Q}{B}$
 $A = B \cdot h$
 $P = B$
 $q = \bar{u}h$

1. $H^3 = \frac{5q^2}{i}$	3. $u_{kr}^3 = \frac{gq}{\alpha}$
2. $h_{kr}^3 = \frac{\alpha q^2}{g}$	4. $i_{kr} = \frac{5g}{\alpha}$

Profil Trapesium.



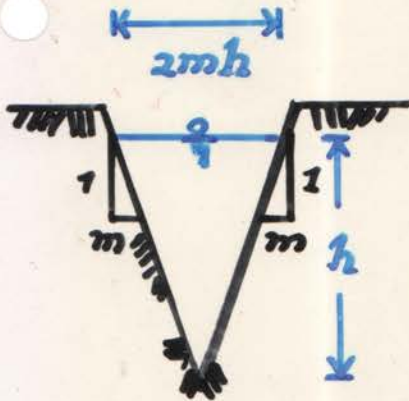
$T = B + mh$
 $A = (B + mh)h = T \cdot h$
 $P = B + 2h \sqrt{1 + m^2}$

(Empat persegi panjang \equiv Trapesium dg $m = 0$)

1. $H^3 = \frac{5Q^2}{i} \cdot \frac{B + 2H\sqrt{1+m^2}}{(B + mH)^3}$	3. $u_{kr}^2 = \frac{g}{\alpha} \cdot \frac{(B + mh_{kr}) \cdot h_{kr}}{B + 2mh_{kr}}$
2. $h_{kr}^3 = \frac{\alpha Q^2}{g} \cdot \frac{B + 2mh_{kr}}{(B + mh_{kr})^3}$	4. $i_{kr} = \frac{5g}{\alpha} \cdot \frac{B + 2h_{kr}\sqrt{1+m^2}}{B + 2mh_{kr}}$

Profil Segitiga.

Profil Δ samakaki \equiv profil trapesium dengan $B = 0$



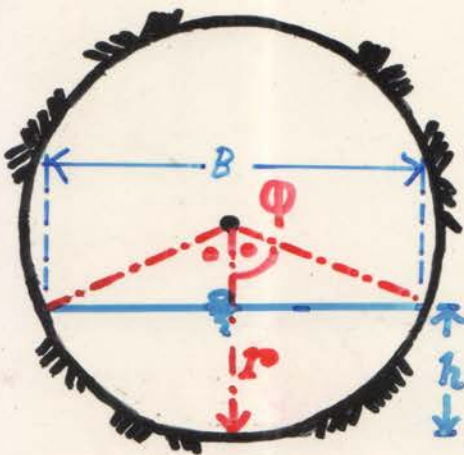
$$1. H^5 = \frac{5Q^2}{i} \cdot \frac{2\sqrt{1+m^2}}{m^3}$$

$$2. h_{kr}^5 = \frac{\alpha Q^2}{g} \cdot \frac{2}{m^2}$$

$$3. u_{kr}^2 = \frac{gh_{kr}}{2\alpha}$$

$$4. i_{kr} = \frac{5g}{\alpha} \cdot \frac{\sqrt{1+m^2}}{m}$$

Profil Lingkaran



ϕ dlm radial radian!

$$P = 2\phi r$$

$$A = r^2 \left(\phi - \frac{1}{2} \sin 2\phi \right)$$

$$B = 2r \sin \phi$$

$$h = r (1 - \cos \phi)$$

1. H jika :

$$\frac{\left(\phi - \frac{1}{2} \sin 2\phi \right)^3}{2\phi} = \frac{5Q^2}{ir^5}$$

3.

$$u_{kr}^2 = \frac{g}{\alpha} \cdot \frac{r_{kr} \left(\phi_{kr} - \frac{1}{2} \sin 2\phi_{kr} \right)}{2 \sin \phi_{kr}}$$

2. h_{kr} jika :

$$\frac{\left(\phi_{kr} - \frac{1}{2} \sin 2\phi_{kr} \right)^3}{2 \sin \phi_{kr}} = \frac{\alpha Q^2}{gr_{kr}^5}$$

4.

$$i_{kr} = \frac{5g}{\alpha} \cdot \frac{\phi_{kr}}{\sin \phi_{kr}}$$

Karakteristik Bentuk Aliran.

rumus PPTB utk saluran psg pj lebar ($B = \infty$)

$$1. \quad \frac{dh}{ds} = i \frac{1 - \frac{S q^2}{i h^3}}{1 - \frac{\alpha q^2}{g h^3}}$$

$$2. \quad H^3 = \frac{S q^2}{i}$$

$$3. \quad h_{kr}^3 = \frac{\alpha q^2}{g}$$

dari ketiga pers. diatas didapat :

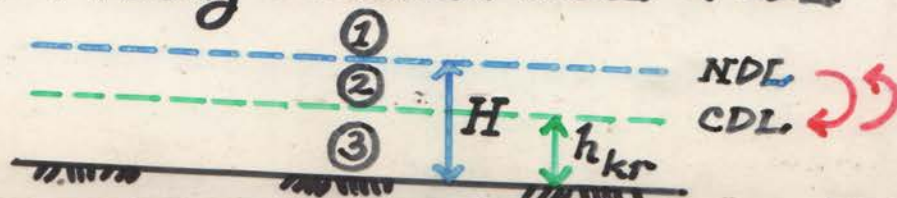
$$\frac{dh}{ds} = i \frac{h^3 - H^3}{h^3 - h_{kr}^3}$$

Bentuk Aliran (flow profile) terlihat dari kurva muka air dari aliran. Secara grs besar terdapat 2 macam bentuk aliran yi :

1. Backwater, jika dalam air h bertambah searah aliran ($dh/ds > 0$)
2. Drawdown, jika dalam air h berkurang searah aliran ($dh/ds < 0$)

Untuk suatu Q tertentu dan keadaan saluran tertentu, NDL dan CDL akan membagi saluran menjadi 3 zone yi

1. Zone 1 : ruang diatas NDL & CDL
2. Zone 2 : ruang diantara NDL & CDL
3. Zone 3 : ruang dibawah NDL & CDL



Ditinjau pers. $\frac{dh}{ds} = i \cdot \frac{h^3 - H^3}{h^3 - h_{kr}^3}$

1). $\frac{dh}{ds} > 0 \rightarrow$ Backwater !

a. $\begin{matrix} h^3 - H^3 > 0 \rightarrow h > H \\ h^3 - h_{kr}^3 > 0 \rightarrow h > h_{kr} \end{matrix} \left. \vphantom{\begin{matrix} h^3 - H^3 \\ h^3 - h_{kr}^3 \end{matrix}} \right\} \text{Zone 1 !}$
 subcritical flow !

b. $\begin{matrix} h^3 - H^3 < 0 \rightarrow h < H \\ h^3 - h_{kr}^3 < 0 \rightarrow h < h_{kr} \end{matrix} \left. \vphantom{\begin{matrix} h^3 - H^3 \\ h^3 - h_{kr}^3 \end{matrix}} \right\} \text{zone 3 !}$
 super critical flow !

2). $\frac{dh}{ds} < 0 \rightarrow$ Drawdown !

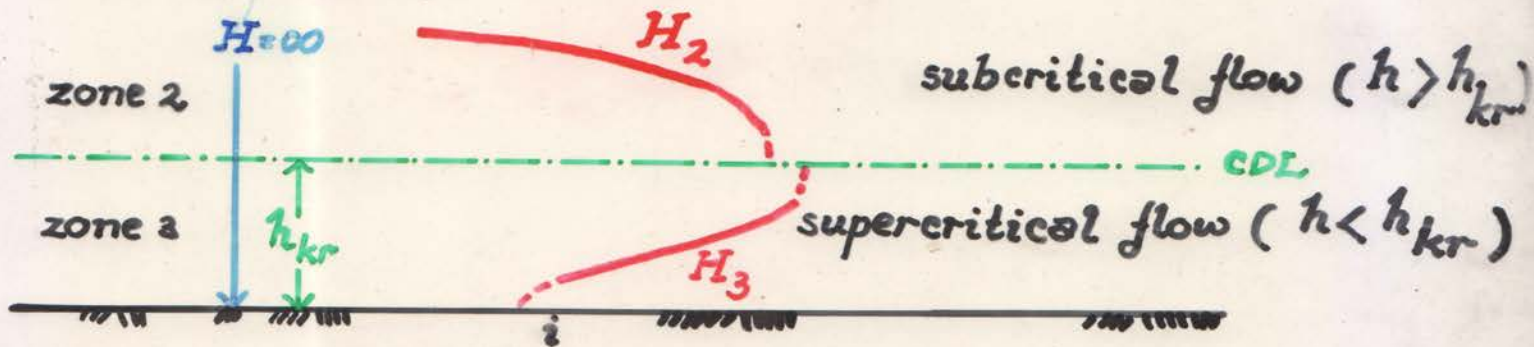
a. $\begin{matrix} h^3 - H^3 > 0 \rightarrow h > H \\ h^3 - h_{kr}^3 < 0 \rightarrow h < h_{kr} \end{matrix} \left. \vphantom{\begin{matrix} h^3 - H^3 \\ h^3 - h_{kr}^3 \end{matrix}} \right\} \text{zone 2 !}$
 supercritical flow !

b. $\begin{matrix} h^3 - H^3 < 0 \rightarrow h < H \\ h^3 - h_{kr}^3 > 0 \rightarrow h > h_{kr} \end{matrix} \left. \vphantom{\begin{matrix} h^3 - H^3 \\ h^3 - h_{kr}^3 \end{matrix}} \right\} \text{zone 2}$
 subcritical flow !

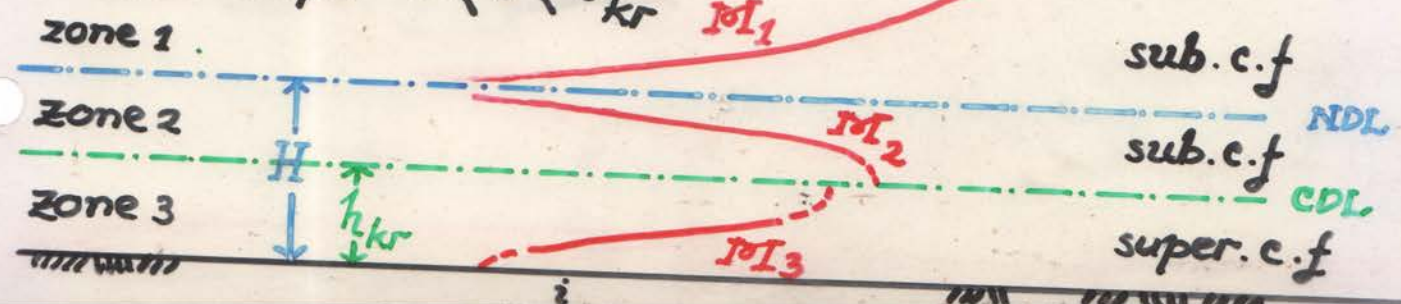
- h_{kr}
 - h
 - H
 - h_{kr}
 - h_{kr}

Tinjauan flow profile untuk bermacam² i saluran :

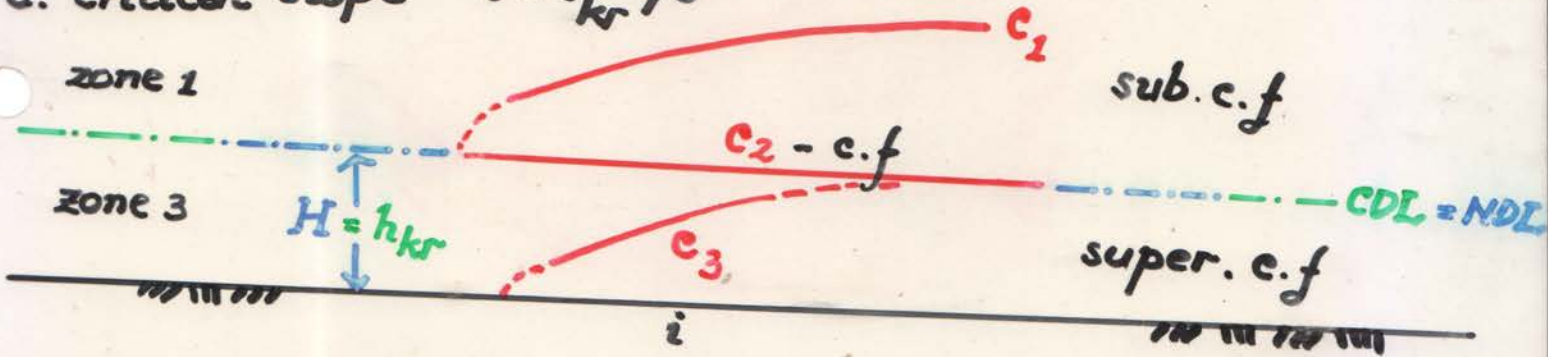
A. Horizontal slope $i=0$



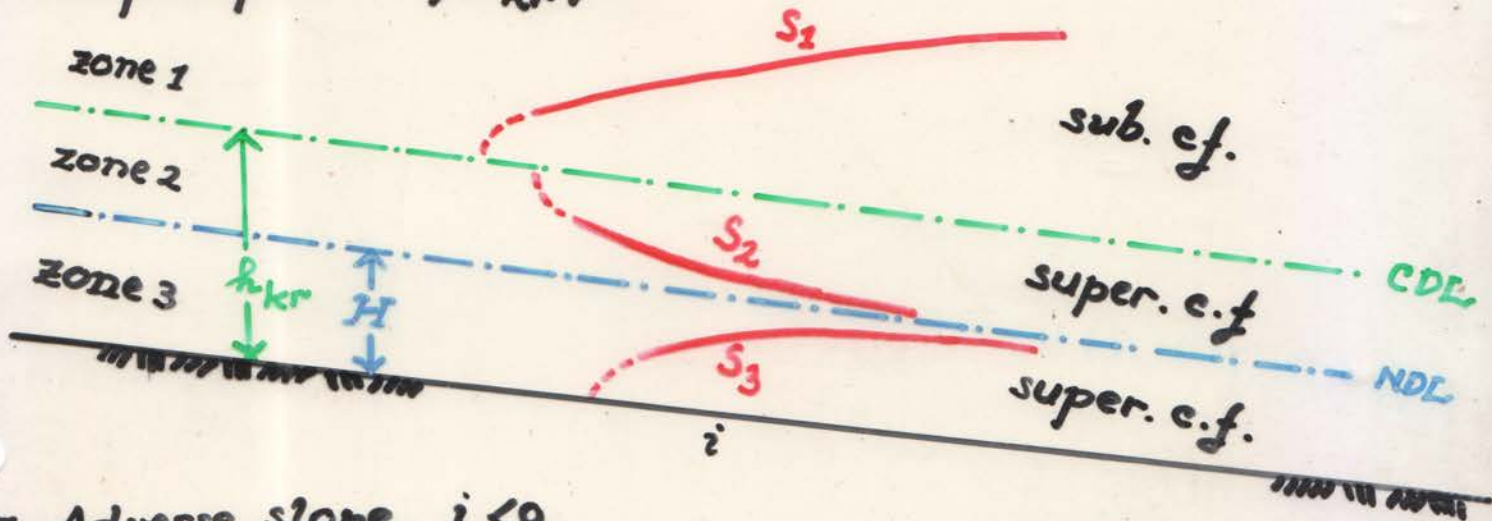
B. Mild slope $0 < i < i_{kr}$



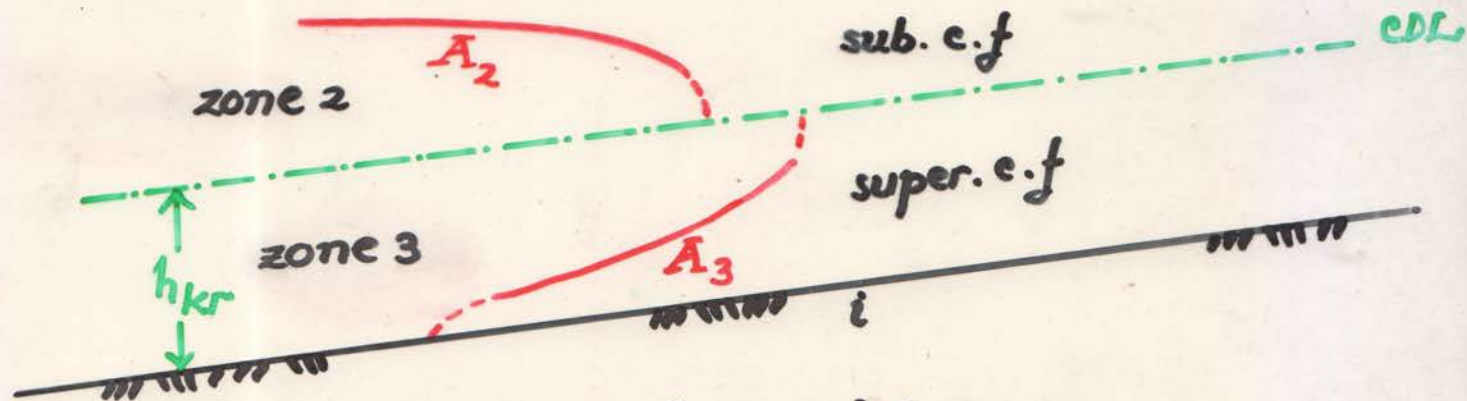
C. Critical Slope $i = i_{kr} > 0$



D. Steep slope $i > i_{kr} > 0$



E. Adverse slope $i < 0$



Tinjauan khusus Adverse slope $i < 0$

$$H^3 = \frac{5q^2}{i} \rightarrow H \text{ negatif} \rightarrow \text{imajiner} \rightarrow \therefore h^3 - H^3 > 0$$

maka

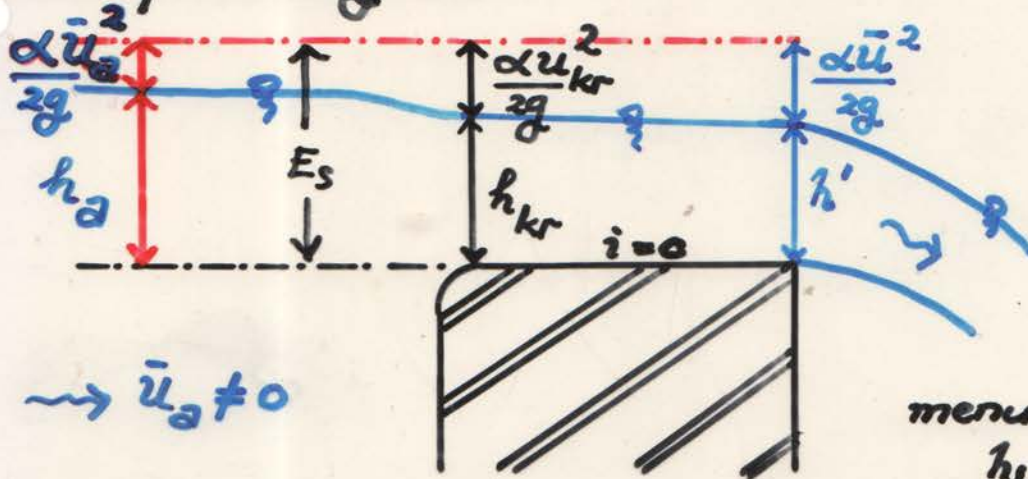
$$\frac{dh}{ds} = i \frac{h^3 - H^3}{h^3 - h_{kr}^3}$$

$\frac{dh}{ds} > 0 \rightarrow$ backwater, jika $h < h_{kr}$ (zone 3)

$\frac{dh}{ds} < 0 \rightarrow$ drawdown, jika $h > h_{kr}$ (zone 2)

Pengaliran melalui peluap.

1. Peluap ambang lebar.



menurut V.T Chow:
 $h_{kr} = 1,4 h''$

Anggapan:

1. ambang datar $\rightarrow i = 0$
2. geseran pd ambang = 0 $\rightarrow h_f = 0$

Pers. umum PPTB:

$$i ds - dh = \frac{P}{A} \cdot \frac{\bar{u}^2}{c^2} \cdot ds + \alpha \frac{d\bar{u}^2}{2g}$$

$$i ds - dh = h_f + \alpha \frac{d\bar{u}^2}{2g}$$

Jadi $dh + \alpha \frac{d\bar{u}^2}{2g} = 0 \dots (1)$

$$E_s = h + \alpha \frac{\bar{u}^2}{2g} \rightarrow \frac{dE_s}{dh} = \frac{dh + \alpha d(\frac{\bar{u}^2}{2g})}{dh} \dots (2)$$

(1) & (2) didapat $\frac{dE_s}{dh} = 0$

Kesimpulan: pada peluap ambang lebar dan datar E_s minimum \rightarrow jadi dalam air diatas ambang adalah h_{kr} .

Jadi ambang lebar akan meluapkan suatu debit tertentu dengan menggunakan energi sekecil mungkin (E_s minimum) d.p.l ambang lebar akan meluapkan Q sebesar mungkin pd suatu harga E_s tertentu.

Prinsip ini dikenal dg nama :

"Prinsip des maximalen durchflusses von Belanger"
(th 1849)

Hitungan Q yg mell. peluap :

Dari bob E_s didepan didapat bahwa pada h_{kr} :

$$\frac{\alpha \bar{u}_{kr}^2}{2g} = \frac{D}{2} \rightarrow \text{dimana } D = \text{hydraulic mean depth}$$

$$\text{Ambang} \rightarrow 4 \text{ Psg Pj} \rightarrow D = h_{kr}$$

$$E_{s_{kr}} = h_{kr} + \frac{\alpha \bar{u}_{kr}^2}{2g}$$

$$= h_{kr} + \frac{1}{2} h_{kr} \rightarrow h_{kr} = \frac{2}{3} E_s \quad (\text{I})$$

Sedangkan menurut rumus PPTB saluran 4 Psg Pj :

$$u_{kr}^2 = \frac{gA}{\alpha B} \rightarrow u_{kr}^2 = \frac{g}{\alpha} h_{kr}$$

Debit tiap satuan lebar peluap :

$$q = u_{kr} \cdot h_{kr} \cdot \mu \rightarrow \mu = \text{koefisien peluap.}$$

$$= \mu \sqrt{\frac{g}{\alpha} h_{kr}} \cdot h_{kr}$$

$$\text{Jadi : } q = \mu \sqrt{\frac{g}{\alpha}} \cdot h_{kr}^{3/2} \quad (\text{II})$$

II. Peluap trapesium ambang lebar.

$$\text{Analog diatas : } E_{s_{kr}} = h_{kr} + \frac{D}{2}$$

$$D = \frac{\text{Luas Basah}}{\text{Lebar m.a}} = \frac{T_{kr} \cdot h_{kr}}{M_{kr}}$$

$$E_s = \left(1 + \frac{T_{kr}}{2M_{kr}}\right) h_{kr} \quad (I)$$

Dari PPTB didapat :

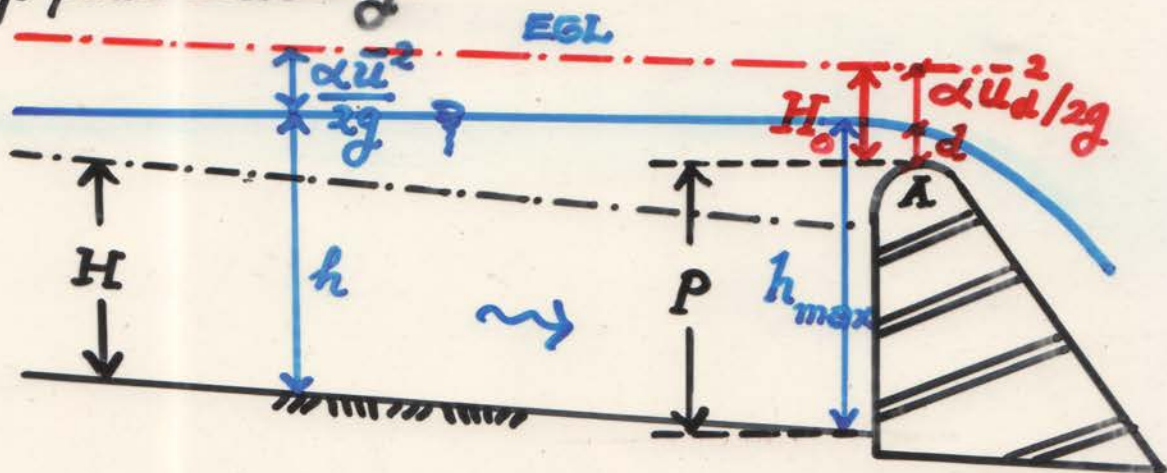
$$u_{kr}^2 = \frac{g}{\alpha} \cdot \frac{A_{kr}}{M_{kr}}$$

Jadi

$$Q = \mu A_{kr} u_{kr} = \mu \cdot T_{kr} h_{kr} \cdot \sqrt{\frac{g}{\alpha} \frac{T_{kr} \cdot h_{kr}}{M_{kr}}}$$

$$Q = \mu h_{kr}^{3/2} \sqrt{\frac{g}{\alpha} \frac{T_{kr}^3}{M_{kr}}} \quad (II)$$

II. Peluap pada bendung.



Pada titik A dianggap kejadiannya sama dg peluap am- bang lebar, datar :

$$h_{kr} = \frac{2}{3} E_{skr}$$

disini jarak antara h_{max} dan titik A adalah pendek shg $h_f = 0 \rightarrow E_{skr} = E_s$ pd h_{max}

Lihat gambar :

$$h_{kr} = \frac{2}{3} E_s \text{ pd } h_{\max}$$

$$d = \frac{2}{3} H_0 \quad (\text{I})$$

Debit tiap satuan lebar peluap :

$$q = \mu \sqrt{\frac{g}{\alpha}} \cdot h_{kr}^{3/2}$$

$$q = \mu \sqrt{\frac{g}{\alpha}} \cdot d^{3/2} \quad (\text{II})$$

Jika P = tinggi bendung, maka

$$P + H_0 = h_{\max} + \alpha \frac{\bar{u}^2}{2g}$$

$$P + H_0 = h_{\max} + \alpha \frac{q^2}{2g h_{\max}^2} \quad (\text{III})$$

$$H_0 = \frac{3}{2} d$$

$$= \frac{3}{2} \left(\frac{q}{\mu} \sqrt{\frac{\alpha}{g}} \right)^{2/3}$$

Jadi pers III menjadi

$$P + \frac{3}{2} \left(\frac{q}{\mu} \right)^{2/3} \left(\frac{\alpha}{g} \right)^{1/3} = h_{\max} + \alpha \frac{q^2}{2g h_{\max}^2} \quad \dots (\text{IV})$$

Tampak bahwa pers terakhir merupakan fungsi h_{\max}^3 jadi h_{\max} dpt dicari dg trial & error dg menggunakan pers (I, II, III) atau pers (IV)

$$\text{Pers IV: } P + \frac{3}{2} \left(\frac{q^2}{\mu^2} \cdot \frac{\alpha}{g} \right)^{1/3} = \frac{2g h_{\max}^3 + \alpha q^2}{2g h_{\max}^2}$$

Hitungan Profil Aliran.

Metoda Hitungan	Tipe Saluran	Rumus \bar{u} yg dipakai
1. Integrasi grafis	Sembarang bentuk	Chezy Manning
2. BRESSE	a. flat profile b. Steep profile Untuk saluran dengan $B = \infty$	Chezy
3. Derez	Untuk saluran dengan $B = \infty$ khusus "flow profile" PI_1	Chezy
4. FLAMANT	Untuk saluran persegi.	Chezy

1. Metoda Integrasi Grafis

Pers. umum PPTB (lihat kuliah terdahulu)

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - I}{1 - \frac{\alpha Q^2 B}{gA^3}}$$

Jadi :

$$ds = \underbrace{\frac{1 - \frac{\alpha Q^2 B}{gA^3}}{i - I}}_{F(h)} dh$$

dimana :

ds = jarak antara 2 potongan / tampang yg ditinjau.

dh = selisih dalam air antara 2 tampang yg ditinjau.

α = koefisien Coriolis

Q = debit

B = lebar muka air

g = gaya gravitasi (percepatan gravitasi)

- A = luas penampang basah
 i = kemiringan dasar saluran
 J = kemiringan garis energi

Tinjauan tentang I :

Menurut Nagako Mononobe jika :

1. STEEP PROFILE, dipakai rumus kecepatan MANNING

$$\bar{u} = \frac{1}{n} R^{2/3} I^{1/2}$$

$$I = \left(\frac{n \bar{u}}{R^{2/3}} \right)^2$$

Jadi
$$I = \frac{n^2 Q^2}{R^{4/3} A^2}$$

2. FLAT PROFILE, dipakai rumus kecepatan CHEZY

$$\bar{u} = c \sqrt{RI}$$

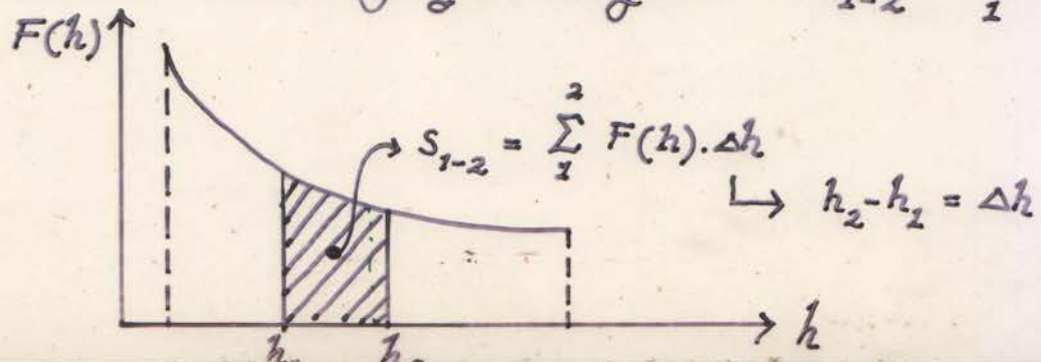
$$I = \left(\frac{\bar{u}}{c R^{1/2}} \right)^2$$

Jadi
$$I = \frac{J Q^2}{R A^2}$$
 dimana $J = \frac{1}{c^2}$

Karena umumnya metoda ini sulit diselesaikan, maka dikerjakan secara grafis sbb :

$$ds = F(h) dh \longrightarrow S_{1-2} = \int_{h_1}^{h_2} F(h) dh$$

didekati secara grafis menjadi : $S_{1-2} = \sum_1^2 F(h) \cdot \Delta h$



Langkah hitungan :

1. Hitung h_{kr} , h normal = H .
2. Tentukan bentuk aliran yg terjadi.
3. Tentukan interval Δh dimulai dari h batas (tergantung no 2). Makin kecil Δh , makin teliti hasilnya!
4. Hitung $F(h)$ dg rumus diatas untuk tiap harga h .
5. Hitung jarak $h_1 - h_2$ yi S_{1-2} dengan menghitung luas trapesium dg unsur 2:
 - a. 2 grs // : $F(h_1)$ dan $F(h_2)$
 - b. tinggi trapesium : $\Delta h = h_1 \pm h_2$
 jadi luas trapesium = $(F(h_1) + F(h_2)) \times \frac{1}{2} \times \Delta h$.
6. Lakukan hitungan mulai langkah 4 utk setiap harga h .

Contoh : lihat diktat !

2. Metoda BRESSE (1860)

Rumus Bresse hanya teliti untuk $B = \infty$. Pengaruh bentuk profil terasa akibatnya pada keseksamaan hasil metode BRESSE. Keseksamaan hasil terjamin pada profil relatif dangkal (Flat Profile)

Rumus PPTB:
$$\frac{dh}{ds} = i \frac{h^3 - H^3}{h^3 - h_{kr}^3}$$

$$i ds = \frac{h^3 - h_{kr}^3}{h^3 - H^3} dh \dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} H^3 &= \frac{5g^2}{i} \\ h_{kr}^3 &= \frac{\alpha g^2}{g} \end{aligned} \right\} \frac{H^3}{h_{kr}^3} = \frac{5g}{\alpha i} \dots (2)$$

$$\begin{aligned} (1) \rightarrow (2) \quad i ds &= \frac{h^3 - \frac{\alpha i}{5g} H^3}{h^3 - H^3} dh \\ &= \frac{h^3 - H^3 + \left(1 - \frac{\alpha i}{5g}\right) H^3}{h^3 - H^3} dh \end{aligned}$$

$$i ds = dh + \left(1 - \frac{\alpha_i}{\beta g}\right) \frac{dh}{\left(\frac{h}{H}\right)^3 - 1}$$

Jika diintegrasikan dgn batas $S_x - S_{max}$ maka :

$$i (S_{max} - S_x) = (h_{max} - h_x) + \left(1 - \frac{\alpha_i}{\beta g}\right) H \left\{ F\left(\frac{h_{max}}{H}\right) - F\left(\frac{h_x}{H}\right) \right\}$$

Dimana :

$$F\left(\frac{h}{H}\right) = \int \frac{d\left(\frac{h}{H}\right)}{\left(\frac{h}{H}\right)^3 - 1}$$

$$= \frac{1}{6} \ln \frac{\left(\frac{h}{H} - 1\right)^2}{\left(\frac{h}{H}\right)^2 + \frac{h}{H} + 1} + \frac{1}{3} \sqrt{3} \operatorname{arctg} \frac{2\left(\frac{h}{H}\right) + 1}{\sqrt{3}} + C$$

Oleh BRESSE dibuat tabel $\Phi\left(\frac{h}{H}\right) = -F\left(\frac{h}{H}\right)$ maka :

Rumus BRESSE menjadi :

$$I. \quad i(S_{max} - S_x) = (h_{max} - h_x) + \left(1 - \frac{\alpha_i}{\beta g}\right) H \left\{ \Phi\left(\frac{h_x}{H}\right) - \Phi\left(\frac{h_{max}}{H}\right) \right\}$$

$$II. \quad i(S_{ka} - S_{ki}) = (h_{ka} - h_{ki}) + \left(1 - \frac{\alpha_i}{\beta g}\right) H \left\{ \Phi\left(\frac{h_{ki}}{H}\right) - \Phi\left(\frac{h_{ka}}{H}\right) \right\}$$

Catatan : rumus II, arah aliran air kekanan !

3. Metoda DERET

Rumus PPTB :

$$i ds = dh + \left(1 - \frac{\alpha_i}{\beta g}\right) \frac{dh}{\left(\frac{h}{H}\right)^3 - 1}$$

Dengan deret didapat bahwa :

$$\frac{1}{x-1} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \dots \text{ dst}$$

tinggal jika $x = \left(\frac{h}{H}\right)^3$

$$\frac{1}{\left(\frac{h}{H}\right)^3 - 1} = \frac{H^3}{h^3} + \frac{H^6}{h^6} + \frac{H^9}{h^9} + \dots \text{ dst}$$

Jika $h > H$, maka $\frac{H}{h} < 1$ sehingga $\left(\frac{H}{h}\right)^3 \rightarrow 0$ → diabaikan, jadi :

$$ids = dh + \left(1 - \frac{\alpha i}{\gamma g}\right) \left(\frac{H^3}{h^3} + \frac{H^6}{h^6}\right) dh$$

Jika diintegrasikan dgn batas $S_{re} - S_{max}$ maka rumus deret :

$$i (S_{max} - S_{re}) = (h_{max} - h_{re}) + \left(1 - \frac{\alpha i}{\gamma g}\right) H^2 \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{H^2}{h_{re}^2} - \frac{H^2}{h_{max}^2} \right) + \frac{1}{5} \left(\frac{H^5}{h_{re}^5} - \frac{H^5}{h_{max}^5} \right) \right\}$$

Catatan : metoda deret berlaku untuk : $B = \infty$, $h > H$, $i < i_{kr}$
(M-1)

4. Metoda FLAMANT.

Metoda ini digunakan untuk profil persegi. Rumus PPTB untuk profil sembarang sbb :

$$ids = \frac{1 - \frac{\alpha Q^2}{2A^3} \cdot B}{1 - \frac{\gamma Q^2}{iA^3} \cdot P} dh$$

$$H \text{ jika } \frac{A^3}{P} = \frac{\gamma Q^2}{i}$$

Untuk profil persegi : $A = B \cdot h$
 $P = B + 2h$

Pada h normal ($= H$) maka

$$\frac{(BH)^3}{B+2H} = \frac{\gamma Q^2}{i} \rightarrow Q^2 = \frac{(BH)^3}{B+2H} \cdot \frac{i}{\gamma}$$

Jadi pers. PPTB sbb :

$$ids = \frac{1 - \frac{\alpha}{2B^2h^3} \cdot \frac{B^3H^3}{B+2H} \cdot \frac{i}{\gamma}}{1 - \frac{(BH)^3}{B+2H} \cdot \frac{B+2h}{(Bh)^3}} dh$$

$$ids = \frac{1 - \frac{\alpha i}{\gamma g} \cdot \frac{B}{B+2H} \cdot \left(\frac{H}{h}\right)^3}{1 - \frac{B+2h}{B+2H} \cdot \left(\frac{H}{h}\right)^3} dh$$

Menurut FLAMANT jawab dari pers. diatas adalah :

$$i (S_{max} - S_x) = (h_{max} - h_x) \left(2 - \frac{m}{9n} \right) + \frac{mH}{n} \ln \left(\frac{h_{max}}{h_x} \cdot \frac{H + \frac{2}{3}h_x}{H + \frac{2}{3}h_{max}} \right)$$

dalam hal ini : $m = 1 - \frac{\alpha i}{\gamma_g} \cdot \frac{B}{B + 2H}$

$$n = \frac{3B + 4H}{B + 2H}$$

Saluran dengan i dasar berubah.

Langkah hitungan pada saluran dengan i berubah :

1. Gambar tampang panjang saluran.
2. Hitung h_{kr} dan H untuk masing² i saluran. Gambar CDL (Critical Depth Line, h_{kr}) dan NDL (Normal Depth Line, H)
3. Tentukan letak titik / posisi kontrol. Posisi kontrol adalah suatu posisi dimana dalam air pada posisi itu diketahui atau dapat diatur. Ada 3 macam posisi kontrol :

a. Posisi Kontrol Hulu (KHu)

Pada hulu saluran curam selalu terjadi posisi kontrol, karena pada saluran curam ($i > i_{kr}$) aliran air akan melalui h_{kr} di hulu saluran, kemudian mengikuti kurva S_1 atau S_2 . Jadi h_{kr} dalam hal ini adalah titik kontrol. Jika elevasi muka air hilir cukup tinggi, ada kemungkinan berpengaruh pada posisi kontrol hulu.

Pada saluran landai ($i < i_{kr}$) yang panjang dapat terjadi pula posisi kontrol hulu, karena kurva M_1 dan M_2 mendekati NDL (= H) pada hulu saluran.

b. Posisi Kontrol Hilir (KHil)

Pada saluran curam yang panjang, pada sebelah hilir aliran air akan mendekati NDL.

Pada saluran landai yang berakhir pada terjun bebas, maka aliran air akan melalui h_{kr} pada ambang terjunan.

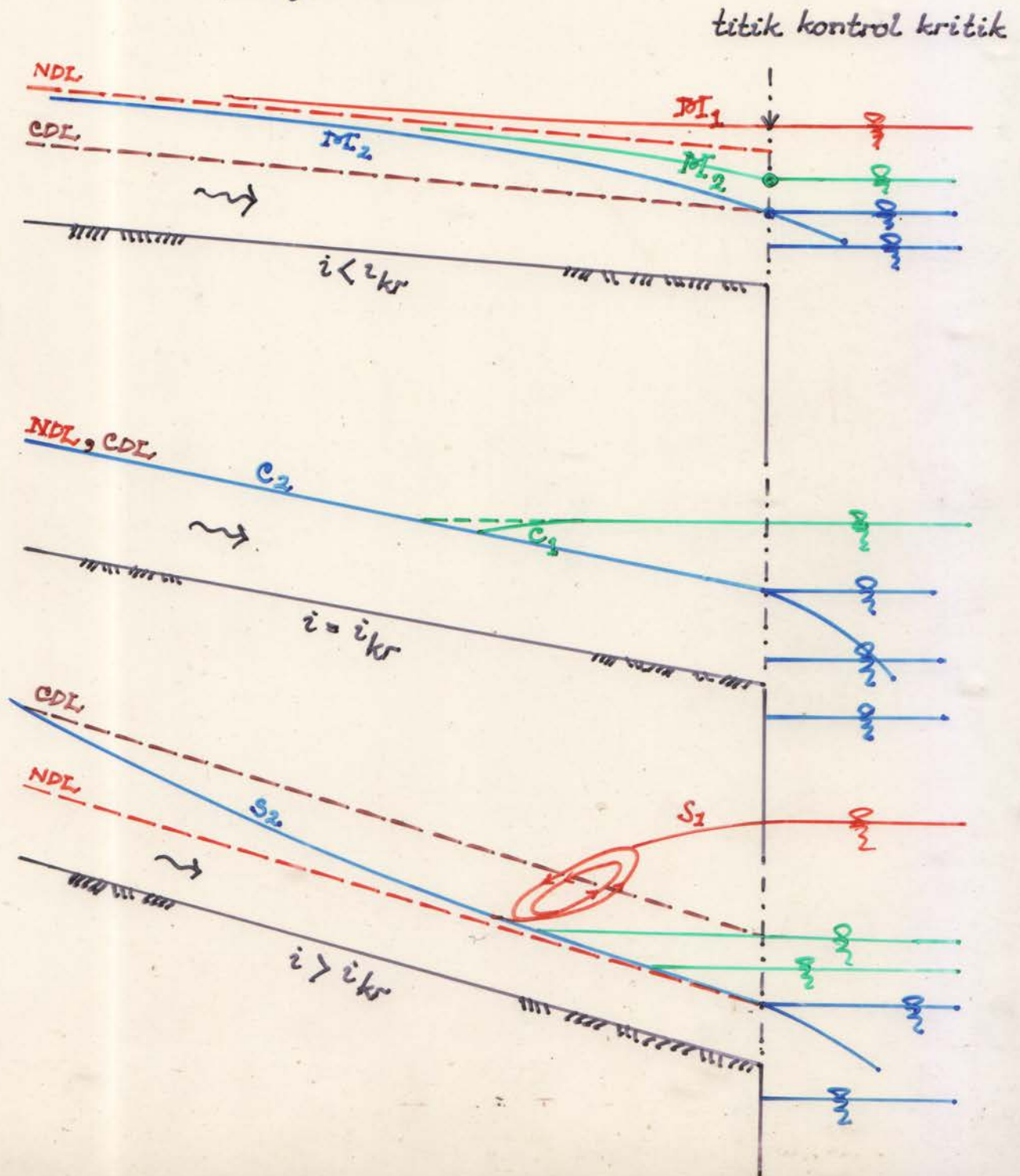
c. Kontrol Bustan (KB)

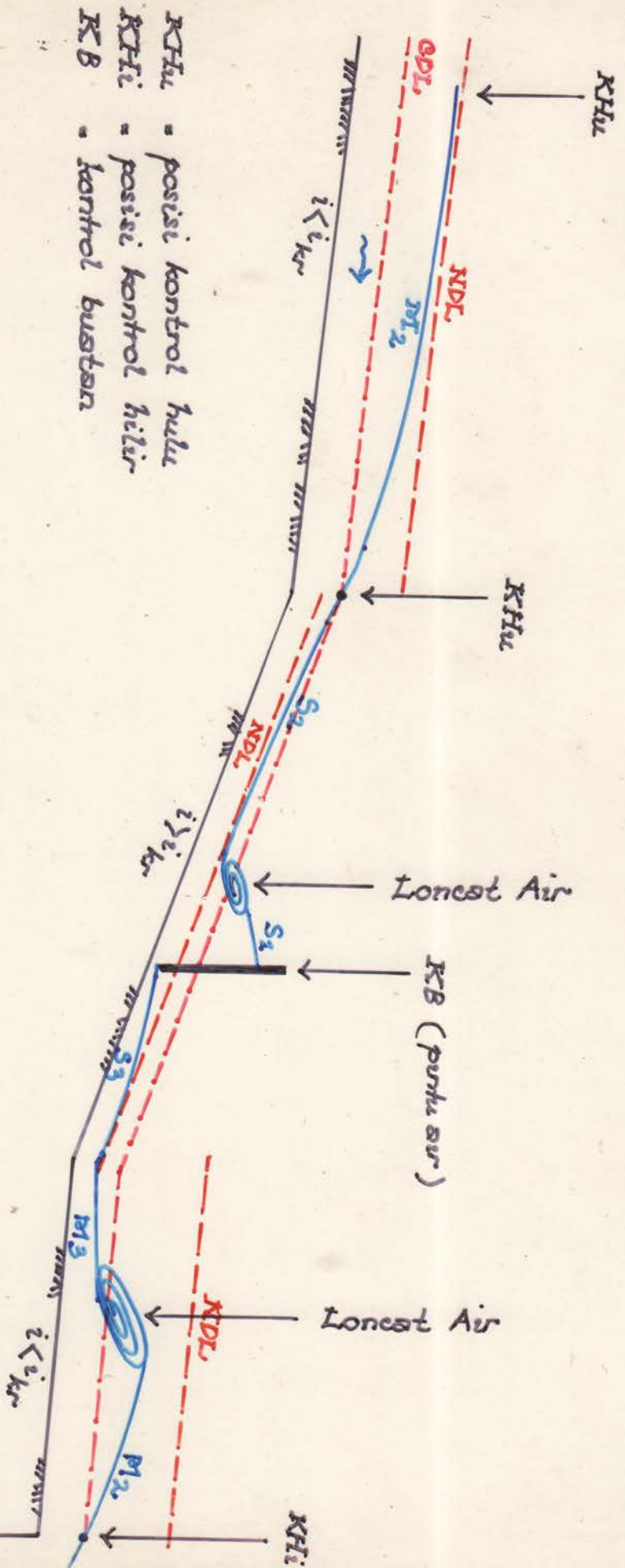
Kontrol jenis ini terjadi pada bangunan² yang memang dibuat untuk tujuan mengontrol elevasi muka air misalnya

dam, bendung, pintu sorong, terjunan dll. Pada bangunan² tsb dalam air dapat diketahui atau dihitung.

4. Gambar bentuk muka air dengan menggunakan kurva bentuk aliran yang telah dijelaskan di depan, dimulai dari titik² kontrol.
5. Hitung dalam air yang terjadi dengan rumus² yang ada.

TERJUNAN





KH_u = posisi kontrol hulu
 KH_i = posisi kontrol hilir
 KB = kontrol buatan

Saluran dengan i dasar berubah